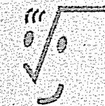
"diziler"im sıfır diyenlere

"diziler"e sıfırdan başlamak isteyenlere

DİZİLER 0 sıfır

Saadet ÇAKIR



KAREKÖK

İÇİNDEKİLER

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve alıştırma soruları yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

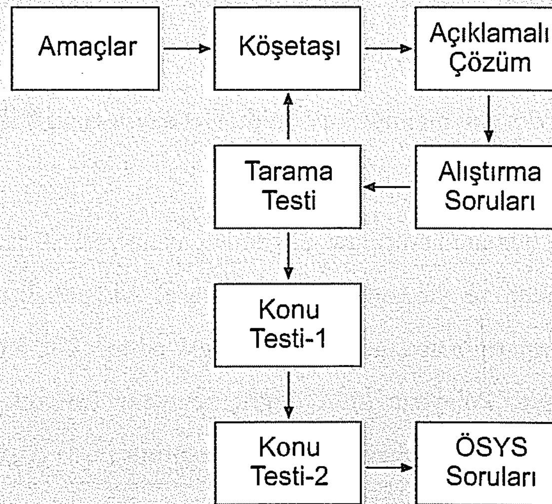
AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ALIŞTIRMA SORULARI açıklamalı çözüm bölümünden sonra verildi. Bu sorularla köşetaşının öğrencide oluşturduğu edimsel koşullanmayı pekiştirmek amaçlandı.

TARAMA TESTİ, her konunun sonunda köşetaşları ile birebir ilişkili olarak verildi. Bir konudaki köşetaşı sayısı ile tarama testinin soru sayısı birbirine eşittir. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır. Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTLERİ, selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet sürücüsünün selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI, öğrencinin hedefi olan bu soruları görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



bölüm numarası

5. bölümün 17. köşetaşı

5.17

bölümün (konunun) adı

köşetaşı

Her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşları oluşturulurken lise müfredatı dikkatle incelenmiş, sınırları belirlenmiştir. Üniversiteye giriş sınavı soruları; konu dağılımı, soru tipi ve seviyesi, öğrenciden istenen yaklaşım tarzları göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Köşetaşlarını özümseyerek çözen bir öğrencinin sınavda çıkmış ve çıkabilecek soruları çözebileceği kanaatindeyiz. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının somut bir dizin haline getirilmesidir.

açıklamalı çözüm

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM kısmında öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir bölümün (konunun) bu kısımlarında anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ARTIK!
"–ÇÖZMEK İSTEDİM,
AMA ÇÖZEMEDİM Kİ!"
deyip test çözmeyi bırakmak yok!!

karekök

Bu kısımdaki sorular köşetaşının benzerleridir. Açıklamalı çözüm kısmında da hem anlatım hem de çözüm yapıldığından
YUKARI BAK veee
SORUYU ÇÖZ!!

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

BÖLÜM 1

Toplam Sembolü

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Toplam sembolünü tanımlar ve açık verilen toplamları toplam sembolü ile ifade eder.
2. Toplam sembolü ile verilen işlemleri yapar.
3. Sadeleştirme yapmayı kavratır.
4. $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ eşitliğini kavratır.
5. $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ve $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ eşitliklerini kavratır.
6. $\sum_{k=1}^{n} r^{k-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$ $(r \neq 1)$ eşitliğini kavratır.
7. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ eşitliğini kavratır.
8. Basit kesirlere ayırarak sadeleştirme yapar.
9. $\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - 1$ eşitliğini kavratır.
10. $\sum_{k=1}^{n} c = n \cdot c$ eşitliğini kavratır.
11. $\sum_{k=1}^{n} c \cdot a_k = c \cdot \sum_{k=1}^{n} a_k$ ve $\sum_{k=1}^{n} (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \pm \sum_{k=1}^{n} b_k$ özelliklerini kavratır.
12. Köşetaşı 11 deki özellikle ilgili uygulamalar yapar.
13. $\sum_{k=p}^{n} a_k = \sum_{k=p-m}^{n-m} a_{k+m} = \sum_{k=p+m}^{n+m} a_{k-m}$ özelliğini kavratır.
14. $\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{p} a_k + \sum_{k=p+1}^{n} a_k$ özelliğini kavratır.
15. Toplam sembolü içeren denklemleri çözer.
16. Açık verilen toplamları toplam sembolü ile ifade eder ve hesaplar.
17. İç içe verilen toplam sembollerinin hesabını yapar.

köşetaşı

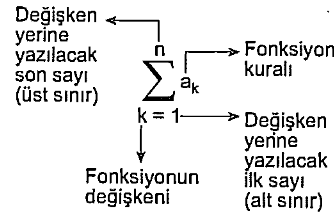
10 + 12 + 14 + ... + 150 toplamını $\sum$ ile ifade ediniz.

açıklamalı çözüm

Çok sayıda terimi toplamamız gerektiği zaman, bizi uzun uzun yazma zahmetinden kurtaracak bir gösterim vardır. Bu gösterim için Yunan alfabesinin $\sum$ (sigma) harfi kullanılır. Bu harfe toplam sembolü denir.

$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$ toplamı, $\sum$ sembolü kullanılarak kısaca $\sum_{k=1}^{n} a_k$ biçiminde gösterilir ve "k = 1 den n ye kadar a_k sayılarının toplamı" şeklinde okunur.

$\sum_{k=1}^{n} a_k$ ifadesi, alt sınırdan üst sınıra kadar olan ardışık tam sayıların, a_k da k yerine yazılmasıyla elde edilen terimlerin toplamıdır.



Örneğin; $\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5,$

$\sum_{k=3}^{4} 2^k = 2^3 + 2^4$ olur.

Köşetaşının çözümü:

10 + 12 + 14 + ... + 150 toplamında terimlerin her biri çift sayı olduğundan 2k şeklinde ifade edebiliriz.

Buna göre,

alt sınır: $2k = 10 \Rightarrow k = 5$

üst sınır: $2k = 150 \Rightarrow k = 75$

O halde, $10 + 12 + 14 + ... + 150 = \sum_{k=5}^{75} 2k$ olur.

1. $3 + 4 + 5 + 6 + ... + 50$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sum_{k=3}^{50} k$ B) $\sum_{k=1}^{50} k$ C) $\sum_{k=1}^{50} k^2$

D) $\sum_{k=3}^{30} k$ E) $\sum_{k=1}^{30} (3k)$

2. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sum_{m=1}^{10} 2^m$ B) $\sum_{m=1}^{10} m^2$ C) $\sum_{m=3}^{8} 2^m$

D) $\sum_{m=1}^{5} m^2$ E) $\sum_{m=1}^{10} 2m$

3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sum_{a=1}^{6} \frac{1}{a}$ B) $\sum_{a=1}^{5} \frac{a}{a+1}$ C) $\sum_{a=2}^{6} \frac{1}{a}$

D) $\sum_{a=3}^{7} \frac{1}{a}$ E) $\sum_{a=2}^{5} \frac{a}{a+1}$

karekök

4. $\sum_{k=1}^{2} (k^3 + 1)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1^3 + 2^3$ B) $1^3 + 2^3 + 1$

C) $(1^3 + 2) + (2^3 + 1)$ D) $(3^1 + 1) + (3^2 + 1)$

E) $(1^3 + 1) + (2^3 + 1)$

A | B | C | E

köşetaşı

$\sum_{k=-1}^{2} (k^2 - 2k)$

toplamının değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$k^2 - 2k$ ifadesinde k yerine önce alt sınır olan –1 yazılır. Bu işlem bitince + konulur, sonra –1 den sonraki tam sayı olan 0 yazılır. Bu da bitince + yazılır. Bu işlemler üst sınır olan 2 ye kadar yapılır.

Buna göre,

$\sum_{k=-1}^{2} (k^2 - 2k) = ((-1)^2 - 2(-1)) + (0^2 - 2 \cdot 0) + (1^2 - 2 \cdot 1) + (2^2 - 2 \cdot 2)$

$= (1 + 2) + (0 - 0) + (1 - 2) + (4 - 4)$

$= 3 - 1 = 2$ bulunur.

1. $\sum_{k=0}^{3} k^3$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 20 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

2. $\sum_{p=1}^{5} (-1)^p$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\sum_{k=1}^{2} \frac{3}{k}$

toplamının sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{11}{2}$

karekök

4. $\sum_{n=-1}^{1} (2^n - 1)$

toplamının sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 4 E) 5

E | B | D | A

köşetaşı

Aşağıdaki toplamların sonuçlarını bulunuz.

a) $\sum_{k=4}^{15}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ b) $\sum_{k=1}^{9}\log\left(\frac{k+1}{k}\right)$

açıklamalı çözüm

a) $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ ifadesinde n yerine sırasıyla 4, 5, 6, ... , 15 değerlerini yazıp toplamalıyız.

Buna göre,

$\sum_{k=4}^{15}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}) = \sqrt{5}-\sqrt{4}$ (n = 4 için)

$\sqrt{6}-\sqrt{5}$ (n = 5 için)

$\sqrt{7}-\sqrt{6}$ (n = 6 için)

$\vdots$ $\vdots$

$+\ \sqrt{16}-\sqrt{15}$ (n = 15 için)

$\sqrt{16}-\sqrt{4} = 4-2 = 2$ bulunur.

b) $\sum_{k=1}^{9}\log\left(\frac{k+1}{k}\right)=\log\left(\frac{2}{1}\right)+\log\left(\frac{3}{2}\right)+...+\log\left(\frac{10}{9}\right)$

$=\log\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot...\cdot\frac{10}{9}\right)$

$=\log 10 = 1$ bulunur.

HATIRLAYALIM

- *$\log a + \log b + \log c = \log(a\cdot b\cdot c)$ dir.*
- *$\log 10 = 1$ dir.*

1. $\sum_{k=1}^{24}(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 3 E) 4

2. $\sum_{n=1}^{9}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

3. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$\sum_{k=0}^{10} i^k$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 + i B) i C) 0 D) –1 E) –i

4. $\sum_{k=1}^{50}(-1)^k\cdot k$

toplamının değeri kaçtır?

A) 50 B) 30 C) 28 D) 25 E) 20

karekök

A	E	B	D

köşetaşı

Aşağıdaki toplamların sonuçlarını bulunuz.

a) 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 50 b) $\sum_{k=1}^{15}2k$ c) $\sum_{k=1}^{20}(2k-1)$

açıklamalı çözüm

Verilen işlemlerde tek tek değerleri bulup toplamamız çok zaman alır. Bu yüzden bazı formülleri bilmemizde fayda vardır.

a) 1 den n ye kadar olan ardışık doğal sayıların toplamı

$1+2+3+...+n=\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{2}$

şeklinde ifade edilir.

Buna göre,

$1+2+3+...+50=\sum_{k=1}^{50}k=\frac{50\cdot 51}{2}=1275$ bulunur.

b) $2+4+6+...+2n=\sum_{k=1}^{n}(2k)=n(n+1)$

olduğundan $\sum_{k=1}^{15}2k=15\cdot 16=240$ bulunur.

c) $1+3+5+...+(2n-1)=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=n^2$

olduğundan $\sum_{k=1}^{20}(2k-1)=20^2=400$ bulunur.

NE GÜZEL İSPAT

$n\in N^+$ için

$1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$

olduğunu şekildeki pembe ve beyaz bilyelerin toplam sayısından faydalanarak gösterelim.

Her sütundaki beyaz bilye sayısı

Her satırdaki pembe bilye sayısı

Şekildeki pembe ve beyaz bilyelerin sayıları birbirine eşittir. Toplam bilye sayısı $n\cdot(n+1)$ dir.

Buna göre, pembe bilye sayısı:

$1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$

olur.

1. $\sum_{k=1}^{20}k$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 210 B) 200 C) 190 D) 180 E) 160

2. $\sum_{a=1}^{10}(2a)$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 130 B) 125 C) 120 D) 115 E) 110

3. 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 45

toplamının sonucu kaçtır?

A) 527 B) 528 C) 529 D) 530 E) 531

4. A = 1 + 2 + 3 + ... + 30

B = 31 + 32 + ... + 75

olduğuna göre, A + B toplamının değeri kaçtır?

A) 2730 B) 2740 C) 2850 D) 2900 E) 2920

karekök

A	E	C	C

köşetaşı

Aşağıdaki toplamların sonuçlarını bulunuz.

a) $\sum_{k=1}^{12} k^2$ b) $3 \cdot 1^3 + 3 \cdot 2^3 + 3 \cdot 3^3 + \ldots + 3.10^3$

açıklamalı çözüm

a) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ dır.

Buna göre,

$$\sum_{k=1}^{12} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 12^2 = \frac{12(12+1)(2 \cdot 12+1)}{6}$$

$= 650$ bulunur.

c) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$ dir.

Bu formülü uygulayabilmemiz için önce verilen ifadeyi düzenleyelim.

$$3 \cdot 1^3 + 3 \cdot 2^3 + 3 \cdot 3^3 + \ldots + 3 \cdot 10^3 = 3(1^3 + 2^3 + \ldots + 10^3)$$

$$= 3 \cdot \sum_{k=1}^{10} k^3$$

$$= 3 \cdot \left(\frac{10 \cdot (10+1)}{2}\right)^2 = 9075 \text{ bulunur.}$$

FARK ETTİN Mİ?

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2$$

eşitliğini fark ettin mi?

1. $\sum_{k=0}^{10} k^2$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 385 B) 390 C) 390 D) 392 E) 398

2. $2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + 9^3$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2027 B) 2026 C) 2025 D) 2024 E) 2023

3. $\sum_{k=0}^{9} (k^2 + 2k + 1)$

işleminin sonucu kaçtır?

($k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2$ eşitliğini kullanmalısın.)

A) 395 B) 385 C) 380 D) 375 E) 370

4. $\sum_{k=-5}^{5} k^3$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –140 B) –120 C) 0 D) 80 E) 100

karekök

A D B C

köşetaşı

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\sum_{k=0}^{7} \left(\dfrac{1}{2}\right)^k$ b) $3^2 + 3^3 + 3^4 + \ldots + 3^{10}$

açıklamalı çözüm

$$\sum_{k=1}^{n} r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \ldots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1) \text{ dir.}$$

Köşetaşının çözümü:

a) $\sum_{k=0}^{7} \left(\dfrac{1}{2}\right)^k = \left(\dfrac{1}{2}\right)^0 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^1 + \ldots + \left(\dfrac{1}{2}\right)^7$

$$= 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \ldots + \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^8}\right) = \frac{2^8 - 1}{2^7} \text{ bulunur.}$$

b) Yukarıda verdiğimiz formülde dikkat ettiyseniz toplam 1 den başlıyor.

Bize verilen işlemde de toplamın 1 den başlaması için ifadeyi 3^2 parantezine alalım.

Buna göre,

$$3^2 + 3^3 + 3^4 + \ldots + 3^{10} = 3^2(1 + 3^1 + 3^2 + \ldots + 3^8)$$

$$= 3^2 \cdot \frac{1-3^9}{1-3}$$

$$= 9 \cdot \frac{1-3^9}{-2} = \frac{9}{2}(3^9 - 1) \text{ bulunur.}$$

1. $\sum_{k=1}^{10} 2^{k-1}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{11} - 1$ B) $2^{10} - 1$ C) $2^9 - 1$ D) $2^{10} + 1$ E) $2^{11} + 1$

2. $2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{10}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{11} - 2$ B) $2^{10} - 2$ C) $2^9 - 2$ D) $2^{11} - 1$ E) $2^{10} - 1$

3. $\sum_{k=0}^{6} \left(-\dfrac{1}{3}\right)^k$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{3^5+1}{4 \cdot 3^6}$ B) $\dfrac{3^6+1}{3^6}$ C) $\dfrac{3^6+1}{4 \cdot 3^6}$ D) $\dfrac{3^7+1}{3^7}$ E) $\dfrac{3^7+1}{4 \cdot 3^6}$

4. $5^4 + 5^5 + 5^6 + \ldots + 5^{13}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{5^{13}-5^4}{4}$ B) $\dfrac{5^{14}-5^3}{4}$ C) $\dfrac{5^{14}-5^4}{4}$ D) $\dfrac{5^{13}-5^3}{4}$ E) $\dfrac{5^{15}-5^5}{4}$

karekök

B A E C

köşetaşı

$$\frac{2}{1\cdot 2}+\frac{2}{2\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{2}{20\cdot 21}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1} \text{ dir.}$$

Köşetaşının çözümü:

Yukarıda verilen formülü uygulayabilmemiz için verilen ifadeyi 2 parantezine alalım.

$$\frac{2}{1\cdot 2}+\frac{2}{2\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{2}{20\cdot 21}=2\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{20\cdot 21}\right)$$

$$=2\cdot\frac{20}{21}=\frac{40}{21} \text{ bulunur.}$$

DİKKAT EDELİM

Yanda verilen formül ilk terimi $\frac{1}{1\cdot 2}$ olan ve $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}$ biçimindeki ifadelerin toplamında kullanılır.

1. $$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{10\cdot 11}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{10}{11}$ C) $\frac{11}{12}$ D) $\frac{11}{10}$ E) $\frac{10}{9}$

2. $$\sum_{k=1}^{30}\frac{1}{k(k+1)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{30}{29}$ B) $\frac{31}{30}$ C) $\frac{31}{32}$ D) $\frac{30}{31}$ E) $\frac{29}{30}$

3. $$f(x)=\sum_{n=1}^{x}\frac{1}{n^2+n}$$

olduğuna göre, f(99) değeri kaçtır?

($n^2+n=n(n+1)$ eşitliğini fark etmelisin.)

A) $\frac{99}{100}$ B) $\frac{100}{101}$ C) $\frac{100}{99}$ D) $\frac{101}{100}$ E) $\frac{102}{100}$

4. $$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{50}{51}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 48 B) 49 C) 50 D) 51 E) 52

B D A C

köşetaşı

$$\sum_{k=3}^{20}\frac{1}{k^2+3k+2}$$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Bu sorudaki toplam bir önceki köşetaşındaki gibi

$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}$ biçiminde olmadığından farklı bir yöntem uygulayacağız.

Önce $\frac{1}{k^2+3k+2}$ ifadesini basit kesirlerine ayıralım.

$$\frac{1}{k^2+3k+2}=\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{A}{\underset{(k+2)}{k+1}}+\frac{B}{\underset{(k+1)}{k+2}}$$

$$1=A(k+2)+B(k+1)$$

eşitliğinden $k=-1$ için $A=1$ ve $k=-2$ için $B=-1$ bulunur.

O halde, $$\sum_{k=3}^{20}\frac{1}{k^2+3k+2}=\sum_{k=3}^{20}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right) \text{ olur.}$$

Bu toplamda k değerleri sırasıyla yerine yazılıp toplanırsa

$$\sum_{k=3}^{20}\frac{1}{k^2+3k+2}=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{21}\right)+\left(\frac{1}{21}-\frac{1}{22}\right)$$

$$=\frac{1}{4}-\frac{1}{22}=\frac{9}{44} \text{ bulunur.}$$

BİR FORMÜL İSPATLAYALIM

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{n}{n+1}$$

eşitliğini ispatlayalım.

$$\frac{1}{k(k+1)}=\frac{A}{\underset{(k+1)}{k}}+\frac{B}{\underset{(k)}{k+1}}$$

$1=A(k+1)+B\cdot k$

eşitliğinde $k=0$ için $A=1$,

$k=-1$ için $B=-1$ dir.

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$$

1. $$\sum_{k=5}^{10}\frac{1}{(k-2)(k-3)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

2. $$\sum_{k=10}^{29}\frac{1}{k(k+1)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $$\sum_{k=2}^{15}\frac{1}{k^2+5k+6}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{7}{36}$ E) $\frac{1}{6}$

4. $$\sum_{m=2}^{8}\frac{1}{m^2-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{93}{145}$ B) $\frac{91}{144}$ C) $\frac{89}{140}$ D) $\frac{89}{70}$ E) $\frac{91}{72}$

C A D B

köşetaşı

$$\sum_{k=1}^{20} k \cdot k!$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + ... + n \cdot n! = (n+1)! - 1$ dir.

Köşetaşının çözümü:

$$\sum_{k=1}^{20} k \cdot k! = 1 \cdot 1! + ... + 20 \cdot 20! = (20+1)! - 1$$

$$= 21! - 1 \text{ bulunur.}$$

MERAKLISINA

$$\sum_{k=a}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - a!$$

HATIRLAYALIM

$(n+1) \cdot n! = (n+1)!$ dir.

BİR ÇÖZÜM DAHA:

$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + ... + 20 \cdot 20! = (2-1) \cdot 1! + (3-1) \cdot 2! + (4-1) \cdot 3! + ... + (21-1) \cdot 20!$

$= 2 \cdot 1! - 1 \cdot 1! + 3 \cdot 2! - 2! + 4 \cdot 3! - 3! + ... + 21 \cdot 20! - 20!$

$= 2! - 1! + 3! - 2! + 4! - 3! + ... + 21! - 20!$

$= 21! - 1$ bulunur.

1. $\sum_{k=1}^{10} k \cdot k!$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $12! - 1$ B) $11! - 1$ C) $10! - 1$ D) $12!$ E) $11!$

2. $\sum_{k=2}^{15} k \cdot k!$

toplamının sonucu kaçtır?

A) $16! - 2$ B) $16! - 1$ C) $15! - 1$ D) $15! - 2$ E) $16!$

3. $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + ... + n \cdot n! = 10! - 1$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. $1 + \sum_{k=1}^{50} k \cdot k!$

işleminin sonucunun 23 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 10 B) 5 C) 3 D) 2 E) 0

karekök

B A C E

köşetaşı

$$\sum_{k=1}^{14} \left(\frac{2}{7}\right)$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\frac{2}{7}$, k dan bağımsız olduğundan k ya sırasıyla 1, 2, 3, ... , 14 değerlerini verdiğimizde her birinde sadece $\frac{2}{7}$ yazarız.

$$\sum_{k=1}^{14} \left(\frac{2}{7}\right) = \underbrace{\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + ... + \frac{2}{7}}_{14 \text{ tane}} = 14 \cdot \frac{2}{7} = 4$$

BİR ÖRNEK DAHA:

$$\sum_{a=5}^{12} (k+1)$$

işleminin sonucunu bulunuz.

k + 1, a dan bağımsız bir sayıdır.

a ya sırasıyla 5, 6, 7, ... , 12 değerlerini verdiğimizde her birinde sadece k + 1 yazılır.

a, 5 ile 12 arasında 8 farklı değer aldığından toplam

$$\sum_{a=5}^{12} (k+1) = \underbrace{(k+1) + (k+1) + ... + (k+1)}_{8 \text{ tane}} = 8(k+1) \text{ bulunur.}$$

KISACA

$c \in R$ olmak üzere,

- $\sum_{k=1}^{n} c = n \cdot c$
- $\sum_{k=m}^{n} c = (n - m + 1) \cdot c$

olur.

DİKKAT ETMELİSİN

Toplam sembolünde değişken a olduğu için k + 1 ifadesinin sabit sayı olduğuna dikkat etmelisin.

1. $\sum_{k=0}^{10} (-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –33 B) –32 C) –30 D) –28 E) –20

2. $\sum_{k=-10}^{10} 5$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 95 B) 100 C) 102 D) 104 E) 105

3. $\sum_{k=1}^{15} \left(\frac{2}{5}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $\sum_{k=2}^{10} (2a - 7) = 45$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök

A E C D

köşetaşı

$\sum_{k=1}^{8}(k^2-3k+2)$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Bu sorunun çözümünde toplam sembolünün kullanılışı ile ilgili aşağıdaki özellikleri bilmemize gerek vardır.

- $\sum_{k=1}^{n} c\cdot a_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$
- Toplam sembolünün toplama ve çıkarma işlemi üzerinde dağılma özelliği vardır.

Yani, $\sum_{k=1}^{n}(a_k \pm b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k \pm \sum_{k=1}^{n}b_k$ olur.

Köşetaşının çözümü:

$$\sum_{k=1}^{8}(k^2-3k+2)=\sum_{k=1}^{8}k^2-\sum_{k=1}^{8}3k+\sum_{k=1}^{8}2$$
$$=\sum_{k=1}^{8}k^2-3\sum_{k=1}^{8}k+\sum_{k=1}^{8}2$$
$$=\left(\frac{8\cdot 9\cdot 17}{6}\right)-3\cdot\left(\frac{8\cdot 9}{2}\right)+2\cdot 8$$
$$=204-108+16=112 \text{ bulunur.}$$

DİKKAT ETMELİSİN

Toplam sembolünün çarpma ve bölme işlemleri üzerinde dağılma özelliği yoktur.

Örneğin;

$$\sum_{k=1}^{n}k(k-1)\neq\sum_{k=1}^{n}k\cdot\sum_{k=1}^{n}(k-1) \text{ dir.}$$

BİR ÖRNEK DAHA

$$\sum_{k=1}^{10}2k+5$$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\sum_{k=1}^{10}2k+5=2\cdot\sum_{k=1}^{10}k+5$$
$$=2\cdot\left(\frac{10\cdot 11}{2}\right)+5=115 \text{ olur.}$$

$$\sum_{k=1}^{10}2k+5$$

toplamında 5 in $\sum$ sembolüne ait olmadığına dikkat etmelisin.

1. $\sum_{k=1}^{12}\left(\frac{2}{3}k\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 42 B) 46 C) 48 D) 50 E) 52

2. $\sum_{k=1}^{8}(k+1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 42 B) 43 C) 44 D) 45 E) 46

3. $\sum_{n=1}^{10}(5n-2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 265 B) 260 C) 255 D) 250 E) 245

4. $\sum_{p=1}^{6}(p^3-p^2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 342 B) 350 C) 356 D) 362 E) 370

köşetaşı

$$\sum_{a=1}^{8}(a-1)(a+3)$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\sum$ sembolünün çarpma işlemi üzerinde dağılma özelliği olmadığından önce (a –1)(a + 3) işlemini yapalım.

Buna göre,

$$\sum_{a=1}^{8}(a-1)(a+3)=\sum_{a=1}^{8}(a^2+2a-3)$$
$$=\sum_{a=1}^{8}a^2+2\sum_{a=1}^{8}a-\sum_{a=1}^{8}3$$
$$=\left(\frac{8\cdot 9\cdot 17}{6}\right)+2\cdot\left(\frac{8\cdot 9}{2}\right)-8\cdot 3$$
$$=204+72-24=252 \text{ bulunur.}$$

1. $\sum_{k=1}^{10}k(k+2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 495 B) 498 C) 500 D) 510 E) 512

2. $\sum_{a=1}^{6}(a-2)(a+2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 78 B) 75 C) 72 D) 70 E) 67

3. $\sum_{k=1}^{12}(k+2)(k-1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 700 B) 702 C) 704 D) 710 E) 712

4. $\sum_{p=1}^{10}p(p-1)(p+1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2965 B) 2970 C) 2972 D) 2975 E) 2980

köşetaşı

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\sum_{k=5}^{12}(k-2)$ b) $\sum_{k=-3}^{7}(2k+5)$

açıklamalı çözüm

Toplam sembolüyle verdiğimiz formülleri uygulayabilmemiz için alt sınırın 1 den başlaması gerekiyor. Eğer alt sınır 1 den başlamıyorsa sınırları değiştirebiliriz. Sınırları nasıl değiştireceğimizi soru üzerinde inceleyelim.

$\sum_{k=5}^{12}(k-2)$ ifadesinde k yı 1 den başlatmak için alt sınırı 4 eksiltmeliyiz.

Alt sınır nasıl değişiyorsa üst sınırda aynı şekilde değişir, yani üst sınırı da 4 eksiltiriz. Bunlara karşılık $\sum$ sembolü içindeki k ya ters işlem uygulayıp 4 eklemeliyiz.

GENELLEŞTİRİRSEK

$$\sum_{k=p}^{n}a_k=\sum_{k=p-m}^{n-m}a_{k+m}=\sum_{k=p+m}^{n+m}a_{k-m}$$

Buna göre, $\sum_{k=5}^{12}(k-2)=\sum_{k=5-4}^{12-4}(k+4-2)=\sum_{k=1}^{8}(k+2)$

$$=\sum_{k=1}^{8}k+\sum_{k=1}^{8}2=52 \text{ bulunur.}$$

b) $\sum_{k=-3}^{7}(2k+5)$ ifadesinde alt ve üst sınıra 4 ekleyip $\sum$ sembolü içindeki k yı 4 eksiltmeliyiz.

Buna göre, $\sum_{k=-3}^{7}(2k+5)=\sum_{k=-3+4}^{7+4}(2(k-4)+5)=\sum_{k=1}^{11}(2k-3)$

$$=\sum_{k=1}^{11}2k-\sum_{k=1}^{11}3=99 \text{ bulunur.}$$

1. $\sum_{k=-5}^{4}k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) 0 E) 2

2. $\sum_{k=3}^{10}(2k-1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 86 B) 90 C) 92 D) 94 E) 96

karekök

3. $\sum_{k=0}^{7}(3k+2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 50 B) 52 C) 56 D) 84 E) 100

4. $\sum_{k=2}^{8}k^2$

işleminin sonucu kaçtır?

($(k+1)^2=k^2+2k+1$ eşitliğinden yararlanmalısın.)

A) 204 B) 203 C) 202 D) 201 E) 200

A E E B

köşetaşı

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\sum_{k=1}^{5}k^2+\sum_{k=6}^{10}k^2+\sum_{k=11}^{15}k^2$ b) $\sum_{k=3}^{10}(k^3+k^2)$

açıklamalı çözüm

$1<p<n$ olmak üzere, $\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{p}a_k+\sum_{k=p+1}^{n}a_k$ olur.

Örneğin, $\sum_{k=1}^{5}k+\sum_{k=6}^{10}k=\sum_{k=1}^{10}k$ olur.

Benzer şekilde, $\sum_{k=6}^{10}k=\sum_{k=1}^{10}k-\sum_{k=1}^{5}k$ diyebiliriz.

Köşetaşının çözümü:

a) $\sum_{k=1}^{5}k^2+\sum_{k=6}^{10}k^2+\sum_{k=11}^{15}k^2=\sum_{k=1}^{15}k^2=\frac{15\cdot16\cdot31}{6}=1240$

b) $\sum_{k=3}^{10}(k^3+k^2)=\sum_{k=1}^{10}(k^3+k^2)-\sum_{k=1}^{2}(k^3+k^2)$

$$=\left(\left(\frac{10\cdot11}{2}\right)^2+\frac{10\cdot11\cdot21}{6}\right)-\left(\left(\frac{2\cdot3}{2}\right)^2+\frac{2\cdot3\cdot5}{6}\right)=3410-14=3396$$

1. $\sum_{k=1}^{10}k+\sum_{k=11}^{20}k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 210 B) 212 C) 215 D) 218 E) 220

2. $\sum_{k=1}^{15}a_k=x$ ve $\sum_{k=16}^{24}a_k=y$

olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{24}a_k$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x·y B) x + y C) x – y D) 2x + y E) y – x

karekök

3. $\frac{1}{10\cdot11}+\frac{1}{11\cdot12}+\frac{1}{12\cdot13}+...+\frac{1}{19\cdot20}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{20}$

4. $\sum_{k=4}^{25}a_k=240$ ve $\sum_{k=15}^{25}a_k=200$

olduğuna göre, $\sum_{k=4}^{14}a_k$ değeri kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 38 D) 40 E) 42

A B E D

köşetaşı

$$\sum_{k=-1}^{n}(2k+1)=24$$

eşitliğini sağlayan n değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Sınırlara 2 ekleyip sembolün içindeki k dan 2 çıkaralım.

$$\sum_{k=-1}^{n}(2k+1)=\sum_{k=-1+2}^{n+2}(2(k-2)+1)$$

$$=\sum_{k=1}^{n+2}(2k-3)=2\sum_{k=1}^{n+2}k-\sum_{k=1}^{n+2}3$$

$$=2\cdot\frac{(n+2)(n+3)}{2}-3(n+2)=n^2+2n$$

$\sum_{k=-1}^{n}(2k+1)=24$ olduğundan

$n^2+2n=24 \Rightarrow n^2+2n-24=0$

$\Rightarrow (n+6)(n-4)=0$

$\Rightarrow n=-6$ ve $n=4$ bulunur.

$n>-1$ olduğundan $n=4$ tür.

1. $\sum_{k=1}^{6}(k+2a)=27$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

2. $\sum_{n=1}^{10}(2+na)=50$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{2}{11}$ B) $\frac{3}{11}$ C) $\frac{4}{11}$ D) $\frac{5}{11}$ E) $\frac{6}{11}$

karekök

3. $\sum_{k=1}^{n}(4k-1)=21$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 4 D) 3 E) 1

4. $\sum_{k=0}^{n}(2k-3)=12$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

B	E	D	C

köşetaşı

$4\cdot5+5\cdot6+6\cdot7+...+14\cdot15$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

Önce verilen işlemi toplam sembolü kullanarak yazalım.

Toplamdaki terimler ardışık iki tam sayının çarpımıdır.

$k \in N^+$ olmak üzere, k sayısının ardışığı k + 1 dir.

Buna göre,

$4\cdot5+5\cdot6+6\cdot7+...+14\cdot15=\sum_{k=4}^{14}k(k+1)$ olur.

Buna göre,

$$\sum_{k=4}^{14}k(k+1)=\sum_{k=4-3}^{14-3}(k+3)(k+3+1)$$

$$=\sum_{k=1}^{11}(k+3)(k+4)=\sum_{k=1}^{11}(k^2+7k+12)$$

$$=\left(\frac{11\cdot12\cdot23}{6}\right)+7\cdot\frac{11\cdot12}{2}+12\cdot11$$

$=506+462+132=1100$ bulunur.

1. $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+...+10\cdot11$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 440 B) 442 C) 445 D) 448 E) 450

2. $3\cdot5+4\cdot6+5\cdot7+...+20\cdot22$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3270 B) 3272 C) 3276 D) 3278 E) 3279

karekök

3. 5 ile tam bölünebilen iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?

A) 950 B) 945 C) 940 D) 935 E) 930

4. $1^2+3^2+5^2+...+11^2$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 282 B) 284 C) 286 D) 290 E) 296

A	E	B	C

köşetaşı

$$\sum_{m=1}^{7}\left[\sum_{n=1}^{5}(2m+3n^2)\right]$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

İç içe toplam sembolü gördüğümüzde önce en içteki işlemi yapmalıyız. İstenirse toplam sembolleri yer değiştirilebilir.

Buna göre,

$$\sum_{m=1}^{7}\left[\sum_{n=1}^{5}(2m+3n^2)\right]=\sum_{m=1}^{7}\left[\sum_{n=1}^{5}2m+\sum_{n=1}^{5}3n^2\right]$$

$$=\sum_{m=1}^{7}\left[2m\cdot 5+3\cdot\frac{5\cdot 6\cdot 11}{6}\right]$$

$$=\sum_{m=1}^{7}(10m+165)$$

$$=10\cdot\frac{7\cdot 8}{2}+165\cdot 7$$

$$=1435 \text{ bulunur.}$$

ÖZELLİK

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{p=1}^{m}a_{kp}\right)=\sum_{p=1}^{m}\left(\sum_{k=1}^{n}a_{pk}\right)$$

1. $\sum_{k=3}^{5}\sum_{p=1}^{3}5$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 48 B) 45 C) 42 D) 40 E) 38

2. $\sum_{a=1}^{2}\sum_{b=1}^{3}(a+b)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

karekök

3. $\sum_{k=1}^{5}\sum_{m=1}^{3}(3k-2m+1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 90 B) 88 C) 85 D) 82 E) 80

4. $\sum_{k=-1}^{1}\sum_{m=0}^{1}\sum_{n=1}^{2}(kmn)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

B C A E

1. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\ldots+\frac{20}{21}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sum_{k=1}^{20}\frac{k}{k+1}$ B) $\sum_{k=1}^{20}\frac{k+1}{k}$ C) $\sum_{a=1}^{20}\frac{k}{k+1}$

D) $\sum_{k=1}^{20}\frac{1}{k}$ E) $\sum_{k=2}^{21}\frac{k}{k+1}$

2. $\sum_{k=1}^{3}\left(\frac{6}{k}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

3. $\sum_{k=1}^{35}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

4. $\sum_{k=1}^{12}k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 65 B) 68 C) 72 D) 75 E) 78

karekök

5. Küpü 1000 den küçük olan pozitif tam sayıların küplerinin toplamı kaçtır?

A) 2020 B) 2025 C) 3020 D) 3025 E) 3045

6. $2^3+2^4+2^5+\ldots+2^{10}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{12}-8$ B) $2^{12}-2$ C) $2^{11}-8$ D) $2^{11}-2$ E) $2^{10}-8$

7. $\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{k(k+1)}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{15}{14}$ B) $\frac{16}{15}$ C) $\frac{16}{17}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{14}{15}$

8. $\sum_{k=3}^{10}\frac{1}{k^2-k}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{5}{3}$

9. $\sum_{k=1}^{50} k \cdot k!$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 52! – 1 B) 51! – 1 C) 50! – 1 D) 51! + 1 E) 50! + 1

10. $\sum_{k=-1}^{7} 2$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

11. $\sum_{n=1}^{10} (3-2n)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –40 B) –50 C) –60 D) –70 E) –80

12. $\sum_{m=1}^{6} (m-1)(m+2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 100 B) 98 C) 96 D) 94 E) 92

13. $\sum_{k=2}^{6} (3k+1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 72 B) 70 C) 68 D) 65 E) 62

14. $\sum_{k=1}^{5} 4k + \sum_{k=6}^{10} 4k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 220 B) 215 C) 210 D) 205 E) 200

15. $\sum_{p=1}^{5} (a-p) = 0$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + \ldots + 10 \cdot 13$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 550 B) 546 C) 455 D) 452 E) 450

17. $\sum_{a=1}^{4} \sum_{b=2}^{3} (a \cdot b)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 48 B) 50 C) 52 D) 54 E) 56

1 A 2 D 3 A 4 E 5 B 6 C 7 D 8 A 9 B 10 C 11 E 12 A 13 D 14 A 15 C 16 B 17 B

KONU TESTİ - 1

1. $\sum_{k=3}^{32} \log_2\left(\frac{k-1}{k}\right)$

toplamının değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

2. $\sum_{k=3}^{12} (k^2-3k)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 410 B) 415 C) 420 D) 425 E) 430

3. $f(x) = 3x - 5$

olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{6} f(k)$ **toplamının değeri kaçtır?**

A) 33 B) 34 C) 35 D) 36 E) 37

4. $\sum_{n=0}^{3} \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

5. $\sum_{k=-2}^{5} (a \cdot k + 2) = 22$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. **4 ile bölündüğünde 3 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?**

A) 1265 B) 1268 C) 1270 D) 1272 E) 1275

7. $\sum_{k=3}^{10} (k^2-4k+4)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 200 B) 202 C) 204 D) 206 E) 210

8. $\sum_{k=1}^{6} k = \sum_{k=-3}^{n+5} (k+4)$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 1 B) 0 C) –1 D) –2 E) –3

9. $f(x)=\sum_{a=1}^{x}(-1)^a\cdot(2a-1)$

olduğuna göre, f(20) değeri kaçtır?

A) 24 B) 20 C) 18 D) 16 E) 14

10. $\sum_{k=-1}^{n}(k+2)=\dfrac{an^2+bn+c}{2}$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

11. Pozitif tam sayılar kümesinde tanımlı

$f(x)=\sum_{k=1}^{x}k$ ve $g(x)=\sum_{k=1}^{x}k^2$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, (fog)(3) değeri kaçtır?

A) 112 B) 110 C) 108 D) 105 E) 102

12. $\sum_{k=-1}^{7}(k^2+3k)+\sum_{k=-1}^{7}(k+4)$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 270 B) 275 C) 280 D) 282 E) 285

13. $\sum_{n=1}^{4}\sum_{m=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}n$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 68 B) 65 C) 63 D) 62 E) 60

14. $A=\sum_{k=-10}^{10}(k^3+1)$

$B=\sum_{k=43}^{47}\sin^2 k°$

olduğuna göre, A·B çarpımı kaçtır?

A) $\dfrac{105}{2}$ B) $\dfrac{103}{2}$ C) $\dfrac{101}{2}$ D) 50 E) 48

karekök

15. $\sum_{k=n+1}^{2n-1}3=12$

olduğuna göre, $\sum_{k=n-1}^{n+5}(5k-3)$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 230 B) 228 C) 226 D) 224 E) 220

16. $\sum_{k=1}^{n}a_k=n^2+1$

olduğuna göre, a_5 değeri kaçtır?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 12 E) 9

1 B 2 C 3 A 4 D 5 E 6 A 7 C 8 E 9 B 10 A 11 D 12 E 13 B 14 A 15 D 16 E

1. $\sum_{k=3}^{32}\log_2\left(\dfrac{k-1}{k}\right)=\log_2\left(\dfrac{2}{3}\right)+\log_2\left(\dfrac{3}{4}\right)+...+\log_2\left(\dfrac{31}{32}\right)$

$=\log_2\left(\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3}{4}\cdots\dfrac{31}{32}\right)$

$=\log_2\left(\dfrac{2}{32}\right)=\log_2\left(\dfrac{1}{16}\right)$

$=\log_2 2^{-4}=-4\log_2 2=-4\cdot1=-4$

Yanıt B

2. $\sum_{k=3}^{12}(k^2-3k)=\sum_{k=3-2}^{12-2}((k+2)^2-3(k+2))$

$=\sum_{k=1}^{10}(k^2+4k+4-3k-6)$

$=\sum_{k=1}^{10}(k^2+k-2)$

$=\sum_{k=1}^{10}k^2+\sum_{k=1}^{10}k-\sum_{k=1}^{10}2$

$=\dfrac{10\cdot11\cdot21}{6}+\dfrac{10\cdot11}{2}-10\cdot2$

$=385+55-20=420$ olur.

Yanıt C

3. $f(x)=3x-5 \Rightarrow f(k)=3k-5$ tir.

Buna göre,

$\sum_{k=1}^{6}f(k)=\sum_{k=1}^{6}(3k-5)=3\sum_{k=1}^{6}k-\sum_{k=1}^{6}5$

$=3\cdot\dfrac{6\cdot7}{2}-6\cdot5$

$=63-30=33$ bulunur.

Yanıt A

4. $\sum_{n=0}^{3}\sin\left(\dfrac{n\cdot\pi}{2}\right)=\sin\left(\dfrac{0\cdot\pi}{2}\right)+\sin\left(\dfrac{1\cdot\pi}{2}\right)+\sin\left(\dfrac{2\cdot\pi}{2}\right)+\sin\left(\dfrac{3\cdot\pi}{2}\right)$

$=\sin0+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin(\pi)+\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)$

$=0+1+0+(-1)=0$ bulunur.

Yanıt D

karekök

5. $\sum_{k=-2}^{5}(a\cdot k+2)=\sum_{k=-2+3}^{5+3}(a\cdot(k-3)+2)$

$=\sum_{k=1}^{8}(a\cdot k-3a+2)$

$=a\sum_{k=1}^{8}k+\sum_{k=1}^{8}(-3a+2)$

$=a\cdot\dfrac{8\cdot9}{2}+8(-3a+2)$

$=36a-24a+16=12a+16$ olur.

$\sum_{k=-2}^{5}(a\cdot k+2)=22$ olduğundan

$12a+16=22 \Rightarrow 12a=6$

$\Rightarrow a=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt E

6. 4 ile bölündüğünde 3 kalanını veren iki basamaklı sayılar 11, 15, 19, ... , 99 dur. Bu sayıların toplamını $\sum$ sembolü ile gösterelim.

4 ile bölündüğünde 3 kalanını veren doğal sayılar 4k + 3 ile ifade edilebilir.

Bu şartı sağlayan en küçük sayı 11 olduğundan alt sınır 4k + 3 = 11 ⇒ k = 2 dir.

Bu şartı sağlayan en büyük sayı 99 olduğundan üst sınır 4k + 3 = 99 ⇒ k = 24 tür.

Buna göre,

$$11+15+...+99=\sum_{k=2}^{24}(4k+3)$$

$$=\sum_{k=1}^{24}(4k+3)-\sum_{k=1}^{1}(4k+3)$$

$$=4\sum_{k=1}^{24}k+\sum_{k=1}^{24}3-(4\cdot1+3)$$

$$=4\cdot\frac{24\cdot25}{2}+24\cdot3-7$$

$$=1200+72-7=1265 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

7. $k^2-4k+4=(k-2)^2$ olduğundan

$$\sum_{k=3}^{10}(k^2-4k+4)=\sum_{k=3}^{10}(k-2)^2$$

$$=\sum_{k=3-2}^{10-2}(k+2-2)^2=\sum_{k=1}^{8}k^2$$

$$=\frac{8\cdot9\cdot17}{6}=204 \text{ olur.}$$

Yanıt C

8. $$\sum_{k=1}^{6}k=\sum_{k=-3}^{n+5}(k+4)$$

$$\sum_{k=1}^{6}k=\sum_{k=3+4}^{n+5+4}(k-4+4)$$

$$\sum_{k=1}^{6}k=\sum_{k=1}^{n+9}k \text{ olur.}$$

Bu eşitliğin sağlanabilmesi için n + 9 = 6 olmalıdır.

O halde, n = –3 bulunur.

Yanıt E

9. $f(x)=\sum_{a=1}^{x}(-1)^a\cdot(2a-1)$ olduğundan

$$f(20)=\sum_{a=1}^{20}(-1)^a\cdot(2a-1)$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{-1+3}_{2}\underbrace{-5+7}_{2}-...\underbrace{-37+39}_{2}}_{\text{10 tane 2 gelir.}}}^{\text{20 tane terim var.}}$$

$$=2\cdot10=20 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

10. $$\sum_{k=-1}^{n}(k+2)=\sum_{k=-1+2}^{n+2}(k-2+2)$$

$$=\sum_{k=1}^{n+2}k=\frac{(n+2)(n+3)}{2} \text{ bulunur.}$$

$$\sum_{k=-1}^{n}(k+2)=\frac{an^2+bn+c}{2} \text{ olduğundan}$$

$$\frac{(n+2)(n+3)}{2}=\frac{an^2+bn+c}{2}$$

$(n + 2)(n + 3) = an^2 + bn + c$

$n^2 + 5n + 6 = an^2 + bn + c$ olur.

Buradan a = 1, b = 5, c = 6 olur.

Buna göre, 1 + 5 + 6 = 12 bulunur.

Yanıt A

11. (fog)(3) = f(g(3)) olduğundan önce g(3) değerini bulalım.

$$g(x)=\sum_{k=1}^{x}k^2 \Rightarrow$$

$$g(3)=\sum_{k=1}^{3}k^2=1^2+2^2+3^2=14 \text{ olur}$$

O halde, (fog)(3) = f(g(3)) = f(14) tür.

$$f(x)=\sum_{k=1}^{x}k \Rightarrow f(14)=\sum_{k=1}^{14}k=\frac{14\cdot15}{2}=105 \text{ olur.}$$

Buna göre, (fog)(3) = 105 bulunur.

Yanıt D

12. Verilen toplamda $\sum$ sembolünün sınırları aynı olduğundan tek sembolde toplayabiliriz.

Buna göre,

$$\sum_{k=-1}^{7}(k^2+3k)+\sum_{k=-1}^{7}(k+4)=\sum_{k=-1}^{7}(k^2+3k+k+4)$$

$$=\sum_{k=-1}^{7}(k^2+4k+4)=\sum_{k=-1+2}^{7+2}(k-2+2)^2$$

$$=\sum_{k=1}^{9}k^2=\frac{9\cdot10\cdot19}{6}=285 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

13. $$\sum_{n=1}^{4}\sum_{m=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}n=\sum_{n=1}^{4}\sum_{m=1}^{n}(m\cdot n)$$

$$=\sum_{n=1}^{4}\left(n\cdot\sum_{m=1}^{n}m\right)=\sum_{n=1}^{4}\left(n\cdot\frac{n(n+1)}{2}\right)$$

$$=\sum_{n=1}^{4}\left(\frac{n^3+n^2}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\sum_{n=1}^{4}n^3+\sum_{n=1}^{4}n^2\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left(\frac{4\cdot5}{2}\right)^2+\frac{4\cdot5\cdot9}{6}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(100+30)=65 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

14. $$A=\sum_{k=-10}^{10}(k^3+1)=\sum_{k=-10}^{10}k^3+\sum_{k=-10}^{10}1$$

$$=((-10)^3+(-9)^3+...+9^3+10^3)+21\cdot1$$

$$=0+21=21 \text{ dir.}$$

$$B=\sum_{k=43}^{47}\sin^2k°=\sin^243°+\sin^244°+\sin^245°+\sin^246°+\sin^247°$$

$$=\sin^243°+\sin^244°+\sin^245°+\cos^244°+\cos^243°$$

$$=\underbrace{(\sin^243°+\cos^243°)}_{1}+\underbrace{(\sin^244°+\cos^244°)}_{1}+\sin^245°$$

$$=1+1+\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2} \text{ bulunur.}$$

Buna göre, $A\cdot B=21\cdot\frac{5}{2}=\frac{105}{2}$ olur.

(Ölçüleri toplamı 90° olan iki açının sinüs değeri ile kosinüs değeri eşit olduğundan

sin46° = cos44° ve sin47° = cos 43° olur.

Ayrıca ∀x∈R için,

$\sin^2x+\cos^2x=1$ ve $\sin45°=\frac{\sqrt2}{2}$ dir.)

Yanıt A

15. $\sum_{k=n+1}^{2n-1} 3 = 12 \Rightarrow (2n-1-(n+1)+1)\cdot 3 = 12$

$\Rightarrow 3(n-1) = 12 \Rightarrow n-1 = 4 \Rightarrow n = 5$ tir.

Buna göre,

$$\sum_{k=n-1}^{n+5}(5k-3) = \sum_{k=4}^{10}(5k-3)$$

$$= \sum_{k=4-3}^{10-3}(5(k+3)-3)$$

$$= \sum_{k=1}^{7}(5k+12) = 5\sum_{k=1}^{7}k + \sum_{k=1}^{7}12$$

$= 140 + 84 = 224$ olur.

Yanıt D

16. $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + 1$ .... (*)

eşitliğinde n = 5 alınırsa

$\sum_{k=1}^{5} a_k = 5^2 + 1 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 26$ olur.

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \sum_{k=1}^{4} a_k$ olduğundan .... (*) eşitliğinde

n = 4 alırsak $\sum_{k=1}^{4} a_k = 4^2 + 1 = 17$ olur

Buna göre,

$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}_{17} + a_5 = 26 \Rightarrow 17 + a_5 = 26$

$\Rightarrow a_5 = 9$ bulunur.

Yanıt E

karekök

KONU TESTİ - 2

1. $\sum_{k=0}^{4} k(k-1)(k-2)(k-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 24 B) 26 C) 30 D) 32 E) 36

2. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$\sum_{k=1}^{100} i^k$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) i D) 1 – i E) 1 + i

3. $\sum_{k=-2}^{14}\sum_{m=1}^{16}\left(\frac{1}{m(m+1)}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

4. 20 ile 117 sayıları arasında 5 ile bölündüğünde 3 kalanını veren doğal sayıların toplamı kaçtır?

A) 1290 B) 1292 C) 1295 D) 1298 E) 1300

5. $\sum_{k=1}^{10} 2^k - \sum_{k=3}^{10} 2^k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

6. $\sum_{k=1}^{10} 1 + \sum_{k=1}^{10} 2 + \sum_{k=1}^{10} 3 + ... + \sum_{k=1}^{10} 10$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 510 B) 520 C) 530 D) 540 E) 550

7. $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ olmak üzere,

$\sum_{r=2}^{3} P(4, r)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 38 E) 40

8. $\sum_{k=1}^{12}(a_k - 2) = 20$

olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{12}(a_k + 1)$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 56 B) 58 C) 60 D) 62 E) 64

karekök

9. $\sum_{k=1}^{6}(2k-1)+\sum_{k=7}^{10}(2k-1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 225 B) 169 C) 144 D) 100 E) 96

10. 1 den n ye kadar olan sayıların karelerinin toplamı

$T=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$

dir.

Bu n tane ardışık sayının her biri 1 artırılırsa toplam ne kadar artar?

A) n^2+2 B) n^2-2n C) n^2-n D) n^2+n E) n^2+2n

11. $1\cdot3+2\cdot5+3\cdot7+\ldots+10\cdot21$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 825 B) 820 C) 815 D) 810 E) 805

12. $\sum_{k=0}^{20}\frac{1}{k^2+3k+2}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{22}{23}$ B) $\frac{21}{22}$ C) $\frac{20}{21}$ D) $\frac{21}{20}$ E) $\frac{22}{21}$

13. $\sum_{k=1}^{n+1}(n-1)=63$

olduğuna göre, $\sum_{k=-n}^{n}(k^3+5k-1)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) –14 B) –15 C) –16 D) –17 E) –18

14. $f(x)=3x-5$

olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{3}kf(k)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 14

15. $\sum_{k=1}^{n}(20-k)=\sum_{k=1}^{n}4k$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

16. $\sum_{k=1}^{15}k\cdot k!$

işleminin sonucunun sondan kaç basamağı 9 dur?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1 A 2 A 3 C 4 B 5 D 6 E 7 C 8 A 9 D 10 E 11 A 12 B 13 D 14 C 15 C 16 A

1. $\sum_{k=1}^{20}2^k$

toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{19}-2$ B) $2^{20}+2$ C) $10(2^{20}+2)$ D) $2(2^{19}-1)$ E) $2(2^{20}-1)$

(1971)

2. $1+4+7+10+\ldots\ldots\ldots+130$

toplamının kısa ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sum_{k=1}^{15}k^2$ B) $\sum_{k=0}^{30}(3k+1)$ C) $\sum_{k=1}^{10}k^3$ D) $\sum_{k=0}^{43}(3k+1)$ E) $\sum_{k=0}^{15}(3k-1)$

(1974)

3. $\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=0}^{3}(3i-2j+1)$

toplamının değeri nedir?

A) –1 B) 5 C) 10 D) 11 E) 8

(1978)

4. $\sum_{n=1}^{20}(n+2)$ **nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 440 B) 422 C) 420 D) 322 E) 250

(1978)

5. $\sum_{p=1}^{n}p(p+1)=\frac{n(n^2+an+b)}{3}$

eşitliği bilindiğine göre, 2a + b aşağıdakilerden hangisidir? *(a, b sabit birer tamsayı ve n∈N)*

A) 8 B) 5 C) –3 D) –7 E) 11

(1979)

6. f ve g, N → N aşağıdaki biçimde tanımlı iki fonksiyondur.

$f:x\rightarrow\sum_{n=1}^{x}n\ ,\ g:x\rightarrow\sum_{n=1}^{x}n^2$

Buna göre, (fog)(2) nin değeri nedir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 6

(ÖYS 1982)

7. $\sum_{n=1}^{4}\left[\sum_{m=2}^{3}(m^2n-6n)\right]$

toplamının sayısal değeri kaçtır?

A) –20 B) –10 C) 10 D) 20 E) 30

(ÖYS 1986)

8. $\sum_{n=1}^{20}(2+na)=70$ **olduğuna göre, a kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

(ÖYS 1989)

9. $\sum_{k=1}^{4}\sum_{s=1}^{2}(4s-2k+1)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –12 B) –18 C) 0 D) 16 E) 24

(ÖYS 1990)

10. 102 ile 353 arasında bulunan ve 5 ile kalansız bölünebilen sayıların toplamı kaçtır?

A) 9875 B) 10100 C) 10350 D) 11250 E) 11375

(ÖYS 1994)

11. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde f fonksiyonu

$$f(z)=\sum_{k=0}^{101}z^k$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, f(i) değeri nedir?

A) 1 + i B) 1 – i C) i D) –i E) 1

(LYS 2011)

karekök

1	E	2	D	3	E	4	E	5	A	6	D	7	C	8	C	9	D	10	E	11	A

BÖLÜM 2

Çarpım Sembolü

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Çarpım sembolünü tanımlar ve açık verilen çarpımları çarpım sembolü ile ifade eder.
2. Çarpım sembolü ile verilen işlemi yapar.
3. Çarpım sembolü ile verilen işlemde sadeleştirme yapar.
4. Çarpım sembolü ile verilen logaritmik ve trigonometrik ifadelerde sadeleştirme yapar.
5. Çarpım sembolü ile ifade edilen üstel bir işlemde toplam sembolünü kullanır.
6. $\prod_{k=1}^{n} c=c^n$ eşitliğini kavratır.
7. $\prod_{k=1}^{n} c\cdot a_k=c^n\prod_{k=1}^{n} a_k$ eşitliğini kavratır.
8. $\prod_{k=1}^{n}(a_k\cdot b_k)=\prod_{k=1}^{n} a_k\cdot\prod_{k=1}^{n} b_k$ ve $\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{a_k}{b_k}\right)=\frac{\prod_{k=1}^{n} a_k}{\prod_{k=1}^{n} b_k}$ özelliklerini kavratır.
9. Köşetaşı 8 deki özellikleri kavratır.
10. Çarpım sembolü içeren denklemleri çözer.
11. İç içe verilen çarpım sembollerinin hesabını yapar.
12. Toplam sembolü ve çarpım sembolü bir arada verilen ifadelerin işlemini yapar.

köşetaşı

$3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \ldots 20^2$

çarpımını $\prod$ sembolü ile ifade ediniz.

açıklamalı çözüm

Belli bir kurala göre verilen ardışık çok sayıda terimin çarpımını ifade etmek için Yunanca'da "p" harfine karşılık gelen $\prod$(pi) sembolü kullanılır. Bu harfe çarpım sembolü denir.

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \ldots a_n = \prod_{k=1}^{n} a_k$ biçiminde yazılır ve "1 den n ye kadar olan a_k sayılarının çarpımı" şeklinde okunur.

Örneğin, $\prod_{k=2}^{5} k = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

$\prod_{k=-1}^{3} 2^k = 2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3$ tür.

BENZER ŞEKİLDE

$\prod_{k=m}^{n} a_k$ gösteriminde, k ya değişken, m ye alt sınır, n ye üst sınır denir.

Köşetaşının çözümü:

$3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \ldots \cdot 20^2$ çarpımı 3 ten 20 ye kadar olan ardışık tam sayıların karelerinin çarpımı olduğundan

$3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \ldots \cdot 20^2 = \prod_{k=3}^{20} k^2$ olur.

1. $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \ldots \cdot 30$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\prod_{k=4}^{30} (k+1)$ B) $\prod_{k=5}^{30} k$ C) $\prod_{k=1}^{30} k$

D) $\prod_{k=5}^{30} a$ E) $\prod_{k=6}^{20} k^2$

2. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \ldots \cdot \frac{15}{16}$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\prod_{k=1}^{15} \frac{k}{k+1}$ B) $\prod_{k=1}^{15} \frac{k+1}{k}$ C) $\prod_{k=1}^{15} \frac{k+2}{k+1}$

D) $\prod_{k=1}^{16} \frac{1}{k}$ E) $\prod_{k=1}^{15} k$

3. $3^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-1} \cdot 3^0 \cdot 3^1$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\prod_{m=3}^{5} 3^m$ B) $\prod_{m=-3}^{2} 3^m$ C) $\prod_{a=-3}^{1} 3^a$

D) $\prod_{k=-3}^{1} 3^a$ E) $\prod_{k=-3}^{1} a^3$

4. $11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot \ldots \cdot 43$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\prod_{k=11}^{43} k$ B) $\prod_{k=10}^{42} (k+1)$ C) $\prod_{k=11}^{43} (2k-1)$

D) $\prod_{k=6}^{22} (2k-1)$ E) $\prod_{k=5}^{22} (2k+1)$

karekök

B	A	C	D

köşetaşı

$\prod_{k=3}^{10} (k-2)$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

(k – 2) ifadesinde k yerine sırasıyla 3 ten 10 a kadar olan ardışık değerleri yazıp çarpmalıyız.

Buna göre,

$\prod_{k=3}^{10} (k-2) = (3-2) \cdot (4-2) \cdot (5-2) \ldots (9-2) \cdot (10-2)$

$= 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \cdot 7 \cdot 8$

$= 8!$ bulunur.

HATIRLAYALIM

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots n = n!$ dir.

Örneğin, $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 10 = 10!$ dir.

KISACA

$\prod_{k=1}^{n} k = n!$ dir.

BİR ÖRNEK DAHA:

$\prod_{k=5}^{14} k$

işleminin sonucunu bulunuz.

$\prod_{k=5}^{14} k = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \ldots 14 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{14!}{4!}$

1. $\prod_{k=1}^{5} k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 120 B) 110 C) 100 D) 90 E) 81

2. $\prod_{k=0}^{2} (k+3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 40 B) 60 C) 62 D) 70 E) 80

3. $\prod_{k=3}^{5} (k-4)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –12 B) –5 C) 0 D) 10 E) 16

4. $\prod_{a=-3}^{3} (7-a)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7! B) 10! C) $\frac{10!}{5!}$ D) $\frac{10!}{4!}$ E) $\frac{10!}{3!}$

karekök

A	B	C	E

köşetaşı

$$\prod_{k=4}^{30}\left(1-\frac{1}{k}\right)$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\prod_{k=4}^{30}\left(1-\frac{1}{k}\right)=\prod_{k=4}^{30}\left(\frac{k-1}{k}\right)$$

olduğundan k yerine sırasıyla 4, 5, 6, ..., 30 değerlerini yazıp bulduğumuz her terimi çarpalım.

Buna göre,

$$\prod_{k=4}^{30}\left(1-\frac{1}{k}\right)=\prod_{k=4}^{30}\left(\frac{k-1}{k}\right)=\frac{3}{\not{4}}\cdot\frac{\not{4}}{\not{5}}\cdot\frac{\not{5}}{\not{6}}\cdots\frac{\not{29}}{30}$$

$$=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}\text{ bulunur.}$$

1. $\prod_{k=1}^{10}\frac{k}{k+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{10}{11}$ E) $\frac{11}{12}$

2. $\prod_{a=2}^{21}\frac{a+3}{a+2}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $f(x)=\prod_{k=1}^{x}\left(1+\frac{1}{k}\right)$

olduğuna göre, f(100) değeri kaçtır?

A) 102 B) 101 C) 100 D) 99 E) 98

4. $\prod_{m=5}^{24}\left(1-\frac{1}{m-2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{11}$ E) $\frac{1}{10}$

A	E	B	D

köşetaşı

$$A=\prod_{k=2}^{15}\log_k(k+1)\quad\text{ve}\quad B=\prod_{k=0}^{180}\cos k^\circ$$

olduğuna göre, A + B toplamını bulunuz.

açıklamalı çözüm

- $A=\prod_{k=2}^{15}\log_k(k+1)=\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 5\cdot\ldots\cdot\log_{15}16$

  $=\log_2 16=\log_2 2^4$

  $=4\log_2 2=4$ olur.

- $B=\prod_{k=0}^{180}\cos k^\circ=\cos 0^\circ\cdot\cos 1^\circ\cdot\cos 2^\circ\cdot\ldots\cdot\underbrace{\cos 90^\circ}_{0}\cdot\cos 91^\circ\cdot\ldots\cdot\cos 180^\circ$

  $=0$ olur.

Buna göre, A + B = 4 + 0 = 4 bulunur.

HATIRLAYALIM

$\log_a b\cdot\log_b c=\log_a c$ dir.

ÇOK KOLAY

Çarpım sembolünde çarpanlardan biri sıfır ise sonuç sıfırdır.

1. $\prod_{k=1}^{30}\log_{(k+1)}(k+2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\prod_{k=53}^{253}\sin k^\circ$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 3 C) 10 D) 12 E) 24

($\sin 180^\circ=0$ eşitliğini fark etmelisin.)

3. $\prod_{k=-10}^{20}\tan k^\circ$

işleminin sonucu kaçtır?

A) −15 B) −10 C) 0 D) 10 E) 12

4. $\prod_{k=3}^{8}\log_{(k+1)}k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 2 E) 3

E	A	C	B

köşetaşı

$$\prod_{k=1}^{10} 2^k = 4^x$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

2^k ifadesinde k yerine sırasıyla 1, 2, 3,...,10 değerlerini yazıp çarpalım.
Buna göre,

$$\prod_{k=1}^{10} 2^k = 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \ldots \cdot 2^{10} = 4^x$$

$$2^{1+2+3+\ldots+10} = (2^2)^x$$

$$2^{\frac{10 \cdot 11}{2}} = 2^{2x}$$

$$2^{55} = 2^{2x} \Rightarrow 2x = 55$$

$$\Rightarrow x = \frac{55}{2} \text{ bulunur.}$$

HATIRLAYALIM

$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ *dir.*

MERAKLISINA

$$\prod_{k=1}^{n} c^{a_k} = c^{\sum_{k=1}^{n} a_k}$$

1. $\prod_{k=1}^{8} 2^k$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{36} B) 2^{32} C) 2^{30} D) 2^{28} E) 2^{26}

2. $\prod_{k=-10}^{10} 5^k$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5^{12} B) 5^4 C) 1 D) 5^{-3} E) 5^{-10}

3. $\prod_{k=0}^{3} (\sqrt{3})^k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 27

4. $\prod_{a=1}^{6} \left(\frac{2}{3}\right)^a = \left(\frac{3}{2}\right)^n$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 21 B) 12 C) 8 D) −21 E) −24

karekök

A	C	E	D

köşetaşı

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\prod_{k=1}^{8} (-2)$ **b)** $\prod_{m=-1}^{4} 5$

açıklamalı çözüm

c, k ya bağlı olmayan bir değişken olmak üzere,

$$\prod_{k=1}^{n} c = \underbrace{c \cdot c \cdot c \cdot c \ldots \cdot c}_{n \text{ tane}} = c^n \text{ ve}$$

$$\prod_{k=m}^{n} c = \underbrace{c \cdot c \cdot c \ldots \cdot c}_{n-m+1 \text{ tane}} = c^{n-m+1} \text{ olur.}$$

Köşetaşının çözümü:

a) $\prod_{k=1}^{8} (-2) = \underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot \ldots \cdot (-2)}_{8 \text{ tane}} = (-2)^8 = 256$ olur.

b) m, −1 den 4 e kadar 6 farklı değer aldığından

$$\prod_{m=-1}^{4} 5 = 5^6 \text{ bulunur.}$$

FARK ETMELİSİN

$\prod_{k=1}^{5} a$ çarpımında değişken k olduğundan a sabit bir sayıdır.

Buna göre, $\prod_{k=1}^{5} a = a^5$ bulunur.

1. $\prod_{k=1}^{100} (-1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) −100 B) −1 C) 1 D) 10 E) 100

2. $\prod_{k=0}^{10} 3 = 3^n$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

3. $\prod_{a=-1}^{3} k = 32$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$f(x) = \prod_{k=1}^{2012} x$$

olduğuna göre, f(i) değeri nedir?

A) 1 B) i C) 0 D) −1 E) −i

karekök

C	D	E	A

köşetaşı

$$f(x) = \prod_{k=1}^{x} 2(k+1)$$

olduğuna göre, f(20) değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

c, k ya bağlı olmayan bir değişken olmak üzere,

- $\prod_{k=1}^{n} c \cdot a_k = c^n \prod_{k=1}^{n} a_k$
- $\prod_{k=m}^{n} c \cdot a_k = c^{n-m+1} \prod_{k=m}^{n} a_k$ dır.

Örneğin, $\prod_{k=1}^{5} 2a_k = 2^5 \prod_{k=1}^{n} a_k$

$$\prod_{k=-1}^{3} 7a_k = 7^5 \prod_{k=-1}^{3} a_k$$

İSPATLAYALIM

$$\prod_{k=1}^{n} (c \cdot a_k) = (c \cdot a_1) \cdot (c \cdot a_2) \cdot (c \cdot a_3) \ldots (c \cdot a_n)$$

$$= (\underbrace{c \cdot c \cdot c \ldots c}_{n \text{ tane}})(a_1 \cdot a_2 \ldots a_n)$$

$$= c^n \prod_{k=1}^{n} a_k \quad \text{olur.}$$

Köşetaşının çözümü:

$$f(x) = \prod_{k=1}^{x} 2(k+1) \Rightarrow f(20) = \prod_{k=1}^{20} 2(k+1) \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$f(20) = \prod_{k=1}^{20} 2(k+1) = 2^{20} \prod_{k=1}^{20} (k+1)$$

$$= 2^{20} \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots 21)$$

$$= 2^{20} \cdot 21! \text{ bulunur.}$$

1. $\prod_{k=1}^{6} 2k$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^6 \cdot 6!$ B) $2^6 \cdot 5!$ C) $2^5 \cdot 6!$ D) $2 \cdot 6!$ E) 12!

2. $\prod_{k=2}^{5} (3k-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1972 B) 1964 C) 1960 D) 1952 E) 1944

3. $\prod_{k=1}^{4} 2k^2$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^4 \cdot (5!)^2$ B) $2^4 \cdot (4!)^2$ C) $2^4 \cdot 4!$ D) 4! E) 2!

4. a, b pozitif tam sayılar ve

$$\prod_{k=1}^{8} 2 \cdot 3^k = 2^a \cdot 3^b$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 40 B) 42 C) 44 D) 48 E) 50

karekök

A	E	B	C

köşetaşı

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\prod_{k=1}^{10} (k^2 + k)$ b) $\prod_{k=1}^{4} \left(\frac{k^2}{k+1}\right)$

açıklamalı çözüm

Çarpım sembolünün çarpma ve bölme işlemi üzerinde dağılma özelliği vardır. Yani

- $\prod_{k=1}^{n} (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^{n} a_k \cdot \prod_{k=1}^{n} b_k$ ve
- $\prod_{k=1}^{n} \left(\frac{a_k}{b_k}\right) = \frac{\prod_{k=1}^{n} a_k}{\prod_{k=1}^{n} b_k}$ olur.

DİKKAT ETMELİSİN

Çarpım sembolünün toplama ve çıkarma işlemi üzerinde dağılma özelliği yoktur.
Yani,

$$\prod_{k=1}^{n} (a_k \mp b_k) \neq \prod_{k=1}^{n} a_k \mp \prod_{k=1}^{n} b_k$$

Köşetaşının çözümü:

a) Çarpım sembolünün toplama üzerinde dağılma özelliği olmadığından $k^2 + k$ toplamını k(k + 1) biçiminde düzenleyelim.

Buna göre, $\prod_{k=1}^{10} (k^2 + k) = \prod_{k=1}^{10} k(k+1) = \left(\prod_{k=1}^{10} k\right) \cdot \left(\prod_{k=1}^{10} (k+1)\right)$

$$= (1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 10)(2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots 11) = 10! \cdot 11! \text{ bulunur.}$$

b) $\prod_{k=1}^{4} \left(\frac{k^2}{k+1}\right) = \frac{\prod_{k=1}^{4} k^2}{\prod_{k=1}^{4} (k+1)} = \frac{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{24}{5}$ bulunur.

1. $\prod_{k=2}^{10} (k^2 - k)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8! \cdot 9!$ B) $9! \cdot 10!$ C) $10! \cdot 11!$ D) $(10!)^2$ E) $(11!)^2$

2. $\prod_{k=1}^{4} k \cdot 2^k$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4! \cdot 2^{10}$ B) $4! \cdot 2^{12}$ C) $4! \cdot 2^{13}$ D) 2^{14} E) 2^{12}

3. $\prod_{k=1}^{10} \frac{k-5}{k+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 4 D) 3 E) 0

4. $\prod_{k=1}^{11} \frac{k+1}{12-k}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12! B) 11! C) 13 D) 12 E) 11

karekök

B	A	E	D

köşetaşı

$$\prod_{k=1}^{14}\left(\frac{k^2+4k+3}{k^2+2k}\right)$$

çarpımının sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

Verilen ifadede k değerlerini hemen yazdığımızda işlemler zorlaşabilir. Verilen ifadeyi sadeleştirilebilecek şekilde düzenlersek daha kolay olur.

$$\frac{k^2+4k+3}{k^2+2k}=\frac{(k+1)(k+3)}{k(k+2)}$$

olduğundan

$$\prod_{k=1}^{14}\left(\frac{k^2+4k+3}{k^2+2k}\right)=\prod_{k=1}^{14}\frac{(k+1)\cdot(k+3)}{k\cdot(k+2)}$$

(Ardışık terimleri bir arada aldığımızda sadeleştirmeler daha kolay olur.)

$$=\prod_{k=1}^{14}\frac{k+1}{k}\cdot\prod_{k=1}^{14}\frac{k+3}{k+2}$$

$$=\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdots\frac{15}{14}\right)\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}\cdots\frac{17}{16}\right)$$

$$=15\cdot\frac{17}{3}=\frac{255}{3}\quad \text{bulunur.}$$

1. $\prod_{k=3}^{10}(k^2-k-2)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{8!\cdot 11!}{3!}$ B) $\frac{8!\cdot 12!}{3!}$ C) $\frac{8!\cdot 13!}{3!}$ D) $\frac{7!\cdot 8!}{3}$ E) $\frac{8!\cdot 10!}{3}$

2. $\prod_{k=4}^{18}\left(\frac{k^2-4}{k^2-9}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{30}{7}$ B) $\frac{31}{7}$ C) $\frac{32}{7}$ D) $\frac{33}{7}$ E) $\frac{34}{7}$

kareköк

3. $\prod_{k=2}^{13}\left(1-\frac{1}{k^2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{7}{13}$ B) $\frac{14}{13}$ C) $\frac{15}{14}$ D) $\frac{16}{15}$ E) $\frac{17}{16}$

4. $\prod_{k=2}^{10}\left(1-\frac{2k-1}{k^2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{56}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{1}{90}$ D) $\frac{1}{100}$ E) $\frac{1}{121}$

A | C | A | D

köşetaşı

$$\prod_{k=1}^{n}(k^2+3k)=x\cdot\prod_{k=3}^{n}(k^2+3k)$$

olduğuna göre, x değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

1 < p < n olmak üzere,

$$\prod_{k=1}^{n}a_k=\prod_{k=1}^{p}a_k\cdot\prod_{k=p+1}^{n}a_k \text{ dır.}$$

Örneğin, $\prod_{k=1}^{10}a_k=\prod_{k=1}^{3}a_k\cdot\prod_{k=4}^{10}a_k$

BİR ÖZELLİK DAHA

$$\prod_{k=p}^{n}a_k=\prod_{k=p-m}^{n-m}a_{k+m}=\prod_{k=p+m}^{n+m}a_{k-m}$$

Örneğin,

$$\prod_{k=3}^{7}k^2=\prod_{k=1}^{5}(k+2)^2 \text{ olur.}$$

Köşetaşının çözümü:

$\prod_{k=1}^{n}(k^2+3k)$ ifadesini verilen eşitliğin sağ tarafına benzeyecek şekilde düzenlersek

$$\prod_{k=1}^{n}(k^2+3k)=x\cdot\prod_{k=3}^{n}(k^2+3k)$$

$$\prod_{k=1}^{2}(k^2+3k)\cdot\prod_{k=3}^{n}(k^2+3k)=x\cdot\prod_{k=3}^{n}(k^2+3k)$$

$$\prod_{k=1}^{2}(k^2+3k)=x\Rightarrow(1+3)(4+6)=x$$

$$\Rightarrow 40=x\quad\text{bulunur.}$$

1. $A=\prod_{k=1}^{10}k^2$ ve $B=\prod_{k=3}^{10}k^2$

olduğuna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $\dfrac{\prod_{k=5}^{16}k}{\prod_{k=1}^{15}k}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

kareköк

3. $\prod_{k=1}^{10}f(k)=a$ ve $\prod_{k=1}^{15}f(k)=b$

olduğuna göre, $\prod_{k=11}^{15}f(k)$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) $\frac{1}{a}$ D) $\frac{1}{b}$ E) a

4. $\prod_{k=1}^{24}a_k=160$ ve $\prod_{k=2}^{23}a_k=32$

olduğuna göre, $a_1\cdot a_{24}$ çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

A | D | B | C

köşetaşı

$$\prod_{k=0}^{1}\prod_{p=1}^{2}\prod_{m=2}^{3}(p\cdot m)$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

İç içe çarpım sembolü olduğu zaman içten dışa doğru işlem yaparız. Eğer istenirse çarpım sembolleri yer değiştirilebilir.

Buna göre,

$$\prod_{k=0}^{1}\prod_{p=1}^{2}\prod_{m=2}^{3}(p\cdot m)=\prod_{k=0}^{1}\prod_{p=1}^{2}(p\cdot 2\cdot p\cdot 3)$$

$$=\prod_{k=0}^{1}\prod_{p=1}^{2}(6p^2)$$

$$=\prod_{k=0}^{2}(6^2\cdot 1^2\cdot 2^2)$$

$$=\prod_{k=0}^{1}144=(144)^2 \quad \text{bulunur.}$$

BİR ÖZELLİK DAHA

$$\prod_{k=1}^{n}\left(\prod_{p=1}^{m}a_{kp}\right)=\prod_{p=1}^{m}\left(\prod_{k=1}^{n}a_{kp}\right)$$

1. $\prod_{k=1}^{2}\prod_{m=1}^{3}(k\cdot m)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 288 B) 290 C) 292 D) 296 E) 300

2. $\prod_{a=1}^{20}\prod_{b=1}^{5}a\cdot(b-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 120 B) 12 C) 10 D) 4 E) 0

karekök

3. $\prod_{k=1}^{2}\prod_{p=1}^{2}p^k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

4. $\prod_{a=0}^{2}\prod_{b=1}^{2}\prod_{c=-1}^{1}3$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3^{24} B) 3^{21} C) 3^{20} D) 3^{18} E) 3^{15}

A | E | B | D

köşetaşı

$$\sum_{a=1}^{3}\prod_{b=1}^{2}ab+\prod_{b=1}^{2}\sum_{a=1}^{3}ab$$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

- $\sum_{a=1}^{3}\prod_{b=1}^{2}ab=\sum_{a=1}^{3}(a\cdot 1\cdot a\cdot 2)$

$$=\sum_{a=1}^{3}(2a^2)=2\sum_{a=1}^{3}a^2$$

$$=2\cdot\left(\frac{3\cdot 4\cdot 7}{6}\right)=28 \quad \text{olur.}$$

- $\prod_{b=1}^{2}\sum_{a=1}^{3}ab=\prod_{b=1}^{2}(b+2b+3b)$

$$=\prod_{b=1}^{2}6b$$

$$=6^2\cdot 1\cdot 2=72 \quad \text{olur.}$$

Buna göre, $\sum_{a=1}^{3}\prod_{b=1}^{2}ab+\prod_{b=1}^{2}\sum_{a=1}^{3}ab=28+72=100$ bulunur.

DİKKAT ETMELİSİN

$$\prod_{k=1}^{n}\sum_{p=1}^{m}a_{kp}\neq\sum_{p=1}^{m}\prod_{k=1}^{n}a_{kp}$$

1. $\prod_{p=0}^{2}\sum_{k=1}^{3}(k-p)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 10 C) 72 D) 80 E) 100

2. $\sum_{k=-1}^{1}\prod_{p=1}^{3}k^p$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 5 D) 8 E) 10

karekök

3. $\sum_{m=1}^{50}\prod_{n=1}^{10}(mn-4m)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 50! B) 20! C) 50 D) 20 E) 0

4. $\sum_{m=0}^{2}\prod_{p=1}^{2}\sum_{k=-1}^{3}k$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 75 B) 125 C) 5^7 D) 5^6 E) 5^5

A | B | E | A

1. $10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16 \cdot ... \cdot 30 \cdot 32$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\prod_{k=10}^{32} k$ B) $\prod_{k=10}^{32} (2k)$ C) $\prod_{k=5}^{16} (2k)$

D) $\prod_{k=5}^{32} (2k)$ E) $\prod_{k=5}^{16} (2p)$

2. $\prod_{k=2}^{7} (k-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -24 B) -12 C) 0 D) 12 E) 36

3. $\prod_{k=5}^{99} \left(1+\frac{1}{k}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 20 B) 16 C) 12 D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{20}$

4. $\prod_{k=5}^{124} \log_k(k+1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

karekök

5. $\prod_{a=0}^{5} \left(\frac{1}{3}\right)^a$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3^{-6} B) 3^{-8} C) 3^{-10} D) 3^{-12} E) 3^{-15}

6. $\prod_{k=-1}^{3} (-2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -32 B) -24 C) -20 D) 20 E) 32

7. $\prod_{k=1}^{10} 2k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $2 \cdot 10!$ B) $2^{10} \cdot 11!$ C) $2^{11} \cdot 10!$

D) $2^{10} \cdot 10!$ E) $2^{11} \cdot 11!$

8. $\prod_{k=1}^{50} (k^2 - 2k)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $50 \cdot 48!$ B) $25 \cdot 30!$ C) $50!$

D) 125 E) 0

9. $\prod_{k=3}^{20} \frac{k^2-4}{k^2-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{11}{38}$ B) $\frac{11}{34}$ C) $\frac{11}{32}$ D) $\frac{11}{16}$ E) $\frac{11}{17}$

10. $\prod_{k=1}^{17} a_k = 36$ ve $\prod_{k=2}^{17} a_k = 24$

olduğuna göre, a_1 değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

karekök

11. $\prod_{k=1}^{2} \prod_{m=0}^{1} (k+m)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

12. $\sum_{m=-5}^{5} \prod_{n=1}^{3} (m \cdot n)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 5 D) 3 E) 0

1	C	2	C	3	A	4	D	5	E	6	A	7	D	8	E	9	A	10	C	11	E	12	E

1. $\prod_{k=2}^{20}\left(1-\frac{10}{k}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –10 B) –3 C) 0 D) 2 E) 15

2. $\prod_{k=2}^{15}(k^3-k)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\cdot 14!\cdot 15!\cdot 16!$ B) $\frac{1}{3}\cdot 14!\cdot 15!\cdot 16!$

C) $13!\cdot 14!\cdot 15!$ D) $14!\cdot 15!\cdot 16!$

E) $15!\cdot 16!\cdot 17!$

3. $x^2-3x+5=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\prod_{k=1}^{2}(2x_k+1)$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 25 B) 27 C) 29 D) 30 E) 32

4. $\prod_{k=3}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)=\frac{17}{3}$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5. $f(x)=\sum_{k=1}^{x}k$ ve $g(x)=\prod_{p=1}^{x-1}2^p$

olduğuna göre, (fog)(4) işleminin sonucu kaçtır?

A) 2060 B) 2065 C) 2070

D) 2075 E) 2080

6. $\prod_{k=1}^{n}2^k=2^{36}$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. a, b birer tam sayı ve

$\prod_{k=1}^{8}5\cdot 3^k=5^a\cdot 3^b$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

8. $\prod_{k=1}^{89}\tan k^\circ$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

karekök

9. $\prod_{k=1}^{20}\frac{k+1}{21-k}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

10. $\sum_{n=1}^{20}\prod_{m=2}^{10}(mn-3n)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 10 C) 20 D) 80 E) 120

11. $\prod_{k=1}^{16}a_k=64$ ve $\prod_{k=2}^{15}a_k=16$

olduğuna göre, a_1 ile a_{16} nın geometrik ortalaması kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\prod_{k=5}^{14}\left(1+\frac{2}{k}+\frac{1}{k^2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 11

13. $\sum_{n=1}^{20}\prod_{k=1}^{n-1}\frac{k}{k+2}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{40}{21}$ B) $\frac{38}{21}$ C) $\frac{25}{21}$ D) $\frac{20}{21}$ E) $\frac{19}{21}$

14. $\prod_{k=1}^{n}3^{\frac{k}{2}}=3^5$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

15. $\prod_{k=2}^{100}3^{\log\left(\frac{k-1}{k}\right)}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 9 B) 3 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$

16. $\sum_{a=0}^{1}\prod_{b=1}^{2}\sum_{c=1}^{2}(a\cdot b\cdot c)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 23 E) 24

karekök

1 C 2 A 3 B 4 D 5 E 6 B 7 E 8 B 9 D 10 A 11 B 12 C 13 A 14 C 15 E 16 A

1. $\prod_{k=2}^{20}\left(1-\frac{10}{k}\right)=\prod_{k=2}^{20}\left(\frac{k-10}{k}\right)$

$=\frac{-8}{2}\cdot\frac{-7}{3}\cdots\cdots\frac{0}{10}\cdot\frac{1}{11}\cdots\cdots\frac{10}{20}$

$=0$ bulunur.

Yanıt C

2. $k^3-k=k(k^2-1)=k(k-1)(k+1)$ olduğundan

$\prod_{k=2}^{15}(k^3-k)=\prod_{k=2}^{15}k(k-1)(k+1)$

$=\prod_{k=2}^{15}k\cdot\prod_{k=2}^{15}(k-1)\cdot\prod_{k=2}^{15}(k+1)$

$=(2\cdot3\cdot4\cdots\cdot15)(1\cdot2\cdot3\cdots\cdot14)(3\cdot4\cdots\cdot16)$

$=15!\cdot14!\cdot\frac{16!}{2}$ bulunur.

Yanıt A

3. $ax^2+bx+c=0$ denkleminde

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ ve $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$ dır.

$x^2-3x+5=0$ denkleminden

$x_1+x_2=3$ ve $x_1\cdot x_2=5$ bulunur.

Buna göre,

$\prod_{k=1}^{2}(2x_k+1)=(2x_1+1)(2x_2+1)$

$=4x_1x_2+2(x_1+x_2)+1$

$=4\cdot5+2\cdot3+1=27$ bulunur.

Yanıt B

4. $\prod_{k=3}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)=\prod_{k=3}^{n}\left(\frac{k+1}{k}\right)$

$=\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}\cdots\cdot\frac{n+1}{n}$

$=\frac{n+1}{3}$ olur.

$\prod_{k=3}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)=\frac{17}{3}$ olduğundan

$\frac{n+1}{3}=\frac{17}{3}\Rightarrow n+1=17\Rightarrow n=16$ bulunur.

Yanıt D

5. (fog)(4) = f(g(4)) olduğundan önce g(4) değerini bulalım.

$g(x)=\prod_{p=1}^{x-1}2^p\Rightarrow g(4)=\prod_{p=1}^{3}2^p=2^1\cdot2^2\cdot2^3=64$

$f(x)=\sum_{k=1}^{x}k\Rightarrow f(64)=\sum_{k=1}^{64}k$

$=\frac{64\cdot65}{2}=2080$ olur.

Buna göre,

(fog)(4) = f(g(4)) = f(64) = 2080 dir.

Yanıt E

6. $\prod_{k=1}^{n}2^k=2^1\cdot2^2\cdot2^3\ldots.2^n$

$=2^{1+2+3+\ldots.+n}$

$=2^{\frac{n(n+1)}{2}}$ olur.

$\prod_{k=1}^{n}2^k=2^{36}\Rightarrow 2^{\frac{n(n+1)}{2}}=2^{36}$

$\Rightarrow\frac{n(n+1)}{2}=36$

$\Rightarrow n(n+1)=72=8\cdot9$

$\Rightarrow n=8$ bulunur.

Yanıt B

7. $\prod_{k=1}^{8}5\cdot3^k=5^8\cdot\prod_{k=1}^{8}3^k$

$=5^8\cdot3^1\cdot3^2\ldots3^8$

$=5^8\cdot3^{1+2\ldots+8}$

$=5^8\cdot3^{36}$ olur.

Buna göre, $\prod_{k=1}^{8}5\cdot3^k=5^a\cdot3^b$ olduğundan

$5^8\cdot3^{36}=5^a\cdot3^b\Rightarrow a=8,\ b=36$ ve

$a+b=8+36=44$ bulunur.

Yanıt E

8. Bu sorunun çözümünden önce şu bilgileri hatırlayalım.

- tanx·cotx = 1
  Örneğin, tan2°·cot2° = 1 dir.
- Ölçüleri toplamı 90° olan iki açıdan birinin tanjant değeri ile diğerinin kotanjant değeri eşittir.
  Örneğin, tan89° = cot1°
  tan46° = cot44° dir.

Bu bilgilerle verilen ifadeyi düzenleyelim.

$\prod_{k=1}^{89}\tan k°$

$=\tan1°\cdot\tan2°\ldots\cdot\tan44°\cdot\tan45°\cdot\tan46°\ldots\tan88°\cdot\tan89°$

$=\tan1°\cdot\tan2°\ldots\cdot\underbrace{\tan44°\cdot\tan45°\cdot\cot44°}_{1}\ldots\cdot\cot2°\cdot\cot1°$ (1, 1, 1)

$=\tan45°=1$ bulunur.

Yanıt B

9. $\prod_{k=1}^{20}\frac{k+1}{21-k}=\frac{\prod_{k=1}^{20}(k+1)}{\prod_{k=1}^{20}(21-k)}$

$=\frac{2\cdot3\cdot4\ldots.20\cdot21}{20\cdot19\ldots.2\cdot1}$

$=21$ bulunur.

Yanıt D

10. $\sum_{n=1}^{20}\prod_{m=2}^{10}(mn-3n)=\sum_{n=1}^{20}\prod_{m=2}^{10}n(m-3)$

$=\sum_{n=1}^{20}[n(2-3)\cdot n\underbrace{(3-3)}_{0}\ldots.n(10-3)]$

$=\sum_{n=1}^{20}0=0$ olur.

Yanıt A

11. $\prod_{k=1}^{16}a_k=\prod_{k=1}^{1}a_k\cdot\prod_{k=2}^{15}a_k\cdot\prod_{k=16}^{16}a_k$

$64=a_1\cdot16\cdot a_{16}\Rightarrow a_1\cdot a_{16}=4$ olur.

Buna göre, a_1 ile a_{16} nın geometrik ortalaması

$\sqrt{a_1\cdot a_{16}}=\sqrt{4}=2$ bulunur.

Yanıt B

12. $\prod_{k=5}^{14}\left(1+\frac{2}{k}+\frac{1}{k^2}\right)=\prod_{k=5}^{14}\left(\frac{k^2+2k+1}{k^2}\right)$

$=\prod_{k=5}^{14}\frac{(k+1)^2}{k^2}$

$=\frac{6^2\cdot7^2\cdot8^2\ldots.14^2\cdot15^2}{5^2\cdot6^2\cdot7^2\ldots.14^2}$

$=\frac{15^2}{5^2}=\left(\frac{15}{5}\right)^2=3^2=9$

bulunur.

Yanıt C

13. $\sum_{n=1}^{20}\prod_{k=1}^{n-1}\frac{k}{k+2}$

$=\sum_{n=1}^{20}\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{3}{5}\cdots\frac{n-3}{n-1}\cdot\frac{n-2}{n}\cdot\frac{n-1}{n+1}\right)$

$=\sum_{n=1}^{20}\frac{2}{n(n+1)}=2\sum_{n=1}^{20}\frac{1}{n(n+1)}$

$=2\cdot\frac{20}{21}=\frac{40}{21}$ olur.

Yanıt A

14. $\prod_{k=1}^{n}3^{\frac{k}{2}}=3^{\frac{1}{2}}\cdot3^{\frac{2}{2}}\cdot3^{\frac{3}{2}}\cdots3^{\frac{n}{2}}$

$=3^{\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\dots+\frac{n}{2}}$

$=3^{\frac{1+2+3+\dots+n}{2}}=3^{\frac{n(n+1)}{4}}$ olur.

$\prod_{k=1}^{n}3^{\frac{k}{2}}=3^{5}$ olduğundan $3^{\frac{n(n+1)}{4}}=3^{5}$

$\frac{n(n+1)}{4}=5$

$n(n+1)=4\cdot5$

$\Rightarrow n=4$ bulunur.

Yanıt C

15. $\prod_{k=2}^{100}3^{\log\left(\frac{k-1}{k}\right)}=3^{\log\frac{1}{2}}\cdot3^{\log\frac{2}{3}}\cdot3^{\log\frac{3}{4}}\cdots3^{\log\frac{99}{100}}$

$=3^{\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\dots+\log\frac{99}{100}}$

$=3^{\log\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdots\frac{99}{100}\right)}$

$=3^{\log\left(\frac{1}{100}\right)}$

$=3^{\log10^{-2}}=3^{-2\log10}$

$=3^{-2}=\frac{1}{3^{2}}=\frac{1}{9}$ bulunur.

Yanıt E

16. $\sum_{a=0}^{1}\prod_{b=1}^{2}\sum_{c=1}^{2}(abc)=\sum_{a=0}^{1}\prod_{b=1}^{2}(ab+2ab)$

$=\sum_{a=0}^{1}\prod_{b=1}^{2}(3ab)$

$=\sum_{a=0}^{1}(3a\cdot6a)$

$=\sum_{a=0}^{1}(18a^{2})$

$=18\cdot0^{2}+18\cdot1^{2}=18$ olur.

Yanıt A

karekök

KONU TESTİ - 2

1. $\prod_{k=-1}^{6}2^{k+2}=8^{x+1}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

2. $f(x)=\prod_{k=1}^{x}\left(1-\frac{1}{k+3}\right)$

olduğuna göre, f(27) değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{11}$

3. $\prod_{k=1}^{20}\frac{2k+1}{2k-1}$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) 37 B) 39 C) 41 D) 43 E) 45

4. $\prod_{k=2}^{n}(k^{2}-k)=x\cdot\prod_{k=2}^{n}k$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) (n – 2)! B) (n – 1)! C) n!

D) (n + 1)! E) (n + 2)!

5. $\prod_{k=0}^{2}\sum_{n=1}^{2}2^{k\cdot n}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 240 B) 280 C) 2^{9} D) 2^{10} E) 2^{11}

6. $\prod_{k=0}^{1}(a+k)=42$

olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. $\log_{3}5=a$

olduğuna göre, $\prod_{k=3}^{124}\log_{k}(k+1)$ **çarpımı nedir?**

A) a + 3 B) a + 2 C) 2a

D) 3a E) a^{3}

8. $\prod_{k=1}^{n}(a_{k})=5^{n+1}$

olduğuna göre, a_{2} değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök

9. $\prod\limits_{a=0}^{1}\prod\limits_{b=1}^{2}\prod\limits_{c=0}^{2}\prod\limits_{d=1}^{3} d$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6^{12} B) 6^{11} C) 6^{10} D) 6^{9} E) 6^{8}

10. $A=\prod\limits_{k=1}^{15}\left(\frac{k}{3}-5\right)$

$B=\left(\prod\limits_{k=0}^{3}\frac{1}{2}\right)^{-1}$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

11. $\prod\limits_{k=1}^{n} 3^{2k-1} > 9^{8}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük n doğal sayısı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. $\sum\limits_{m=0}^{3}\prod\limits_{k=1}^{m} k$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

13. $x=\prod\limits_{k=4}^{20}\frac{1}{k}$

$y=\prod\limits_{k=1}^{20} k$

olduğuna göre, x·y çarpımı kaçtır?

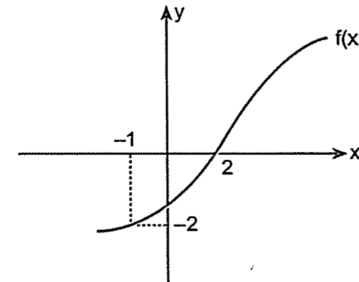
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

14. $\sum\limits_{p=1}^{n}\prod\limits_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15.



Yukarıdaki şekilde, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\prod\limits_{x=-3}^{5} f(x)$ çarpımının sonucu kaçtır?

A) –3 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

1 A 2 D 3 C 4 B 5 A 6 B 7 D 8 C 9 A 10 D 11 C 12 E 13 A 14 A 15 B

1. $\sum\limits_{n=1}^{10}\prod\limits_{m=2}^{8}(mn-3n)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) –726 B) –363 C) 0 D) 363 E) 726

(ÖYS 1994)

2. $\prod\limits_{n=1}^{7}(3n+2)$

sayısı 10^{m} ile bölünebildiğine göre, m'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(LYS 2011)

1 C 2 A

BÖLÜM 3

Diziler

KÖŞETAŞI **KAZANIMLAR**

1. Diziyi tanımlar, herhangi bir terimini ve genel terimini bulur.
2. Verilen ifadelerin dizi olup olmadığını belirler.
3. Genel terimi verilen dizinin herhangi bir terimini bulur.
4. Yinelemeli tanımlanan bir dizide herhangi bir terimi ve genel terimi bulur.
5. Bir dizinin tam sayı olan terimlerini bulur.
6. Bir dizinin pozitif veya negatif terimlerini bulur.
7. Sabit diziyi tanımlar.
8. Dizilerde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
9. $\left(\frac{an+b}{cn+d}\right)$ biçimindeki dizilerin monotonluk durumunu inceler.

köşetaşı

$(a_n) = (3n - 2)$

dizisinin ilk terimini, ikinci terimini ve genel terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Tanım kümesi pozitif tam sayılar kümesi olan her fonksiyona dizi denir. Diziler, değer kümelerine göre isimlendirilir. Örneğin, değer kümesi R olan diziye gerçel sayı dizisi denir.

$f : N^+ \to R, \quad f(n) = a_n$ dizisi

$f = ((1, a_1), (2, a_2), (3, a_3),...,(n, a_n),...)$ veya

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3,...,a_n,...)$

biçiminde gösterilir. (a_n) gösteriminde her terim sıralıdır, elemanların yerleri değiştirilemez.

a_1, a_2, a_3 sayılarına sırasıyla dizinin 1. terimi, 2. terimi, 3. terimi ve a_n gerçel sayısına dizinin n. terimi veya genel terimi denir.

Dizi açık olarak yazılırken genel terimde sırasıyla 1, 2, 3,.., n,... değerleri yazılır. Örneğin, n = 1 için dizinin birinci terimi (a_1) ve n = 5 için dizinin beşinci terimi (a_5) bulunur.

Köşetaşının çözümü:

$(a_n) = (3n - 2)$ ise, dizinin birinci terimi n = 1 için $a_1 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$,

dizinin ikinci terimi n = 2 için $a_2 = 3 \cdot 2 - 2 = 4$,

dizinin genel terimi $a_n = 3n - 2$ dir.

UYARI

Bir dizinin genel terimi verilmiş ise o dizi belirlidir. Dizinin birkaç teriminin verilmesi ile dizi belirtilmiş olmaz.

Örneğin, (2, 3, 4, 5,...) ifadesi dizi belirtmez. Çünkü genel terimi belli değildir.

KISACA

Genel terimi a_n olan dizi (a_n) biçiminde gösterilir.

1. – 4. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.

$(a_n) = \left(\frac{n}{n+1}\right)$

dizisi veriliyor.

1. **(a_n) dizisinin birinci terimi kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

2. **a_5 değeri kaçtır?**

A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

3. **Dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{n}{n+2}$ B) $\frac{n}{n+1}$ C) $\frac{n}{n+3}$

D) $\frac{n+1}{n}$ E) $\frac{n+2}{n}$

4. **(a_n) dizisinin açık biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\left(2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, ..., \frac{n}{n+1}\right)$ B) $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, ..., \frac{n}{n+1}, ...\right)$

C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, ..., \frac{n}{n+1}, ...\right)$ D) (1, 2, 3,..., n,...)

E) $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, ..., \frac{n}{n+1}, ...\right)$

karekök

A E B C

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin gerçel sayı dizisi olup olmadığını inceleyiniz.

a) $(n + 3)$ **b)** $\left(\frac{n+3}{n-2}\right)$ **c)** $\left(\frac{5}{2n-1}\right)$ **d)** $(\sqrt{n-3})$

açıklamalı çözüm

Genel terimi belli olan bir ifadenin gerçel sayı dizisi olması için pozitif tam sayılar kümesinden gerçel sayılar kümesine tanımlı olmalıdır.

Köşetaşının çözümü:

Verilen ifadelerin pozitif tam sayılar kümesinde tanımlı olup olmadıklarını inceleyelim.

a) $(n + 3)$ ifadesi her n pozitif tam sayısı için tanımlı olduğundan dizidir.

b) $\left(\frac{n+3}{n-2}\right)$ ifadesi n = 2 için tanımsız olduğundan dizi değildir.

c) $\left(\frac{5}{2n-1}\right)$ ifadesi her n pozitif tam sayısı için tanımlı olduğundan dizidir.

d) $(\sqrt{n-3})$ ifadesi n = 1 ve n = 2 için tanımsız olduğundan dizi değildir.

1. **Aşağıdaki ifadelerden hangisi bir gerçel sayı dizisi değildir?**

A) (3) B) (n^2) C) $\left(\frac{1}{n}\right)$

D) $\left(\frac{n}{3}\right)$ E) $\left(\frac{1}{n-1}\right)$

2. **Aşağıdakilerden hangisi bir gerçel sayı dizisinin genel terimi olamaz?**

A) $(-1)^n$ B) $\sin(n\pi)$ C) logn

D) $\sqrt{n+1}$ E) $\sqrt{n-2}$

3. I. $(a_n) = (\log(n - 1))$

II. $(b_n) = \left(\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)$

III. $(c_n) = \left(\frac{5n+3}{n+1}\right)$

Yukarıdaki ifadelerden hangileri bir gerçel sayı dizisidir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) I, II ve III

4. **Aşağıdakilerden hangisi bir doğal sayı dizisidir?**

A) $\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$ B) $(\log(n + 1))$ C) $(\sqrt{n+1})$

D) $(n + 3)$ E) $(\sqrt[3]{n})$

karekök

E E C D

köşetaşı

Genel terimi

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} k^3$$

olan dizinin dördüncü terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

(a_n) dizisinin dördüncü terimi a_4 tür.

Buna göre,

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} k^3 \Rightarrow a_4 = \sum_{k=1}^{4} k^3$$

$$\Rightarrow a_4 = \left(\frac{4 \cdot 5}{2}\right)^2 = 100 \text{ bulunur.}$$

HATIRLAYALIM

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

BİR ÖRNEK DAHA:

$(a_n) = \left(\frac{2n+17}{n+1}\right)$ **dizisinin kaçıncı terimi 5 tir?**

Dizinin k.terimi 5 olsun.

Buna göre, $a_k = \frac{2k+17}{k+1} = 5 \Rightarrow 2k + 17 = 5k + 5$

$\Rightarrow k = 4$ bulunur.

Yani dizinin 4. terimi 5 tir.

1. $(a_n) = (n^2 - 2n + 5)$

olduğuna göre, $a_2 + a_5$ toplamı kaçtır?

A) 20 B) 23 C) 25 D) 28 E) 30

2. Genel terimi

$a_n = 1^2 + 2^2 + \ldots\ldots + n^2$

olan dizinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 9 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

3. $(a_n) = (\log_{n+1}(n+2))$

dizisi için $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4$ çarpımı kaçtır?

A) $\log_3 6$ B) $\log_3 5$ C) $\log_3 4$ D) 3 E) 2

karekök

4. Genel terimi

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

olan dizinin ilk 20 teriminin çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{17}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{19}$ D) $\frac{1}{20}$ E) $\frac{1}{21}$

C B A E

köşetaşı

Bir (a_n) dizisinde

$a_1 = 2$

$a_{n+1} = a_n + n$

olduğuna göre, a_3 değerini ve (a_n) dizisinin genel terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$a_{n+1} = a_n + n \Rightarrow a_{n+1} - a_n = n$ olur.

Buradan $n = 1$ için $a_2 - a_1 = 1$

$n = 2$ için $a_3 - a_2 = 2$ bulunur.

Bu eşitlikleri taraf tarafa toplarsak

$$a_2 - a_1 + a_3 - a_2 = 1 + 2 \Rightarrow a_3 - a_1 = 3$$

$$\Rightarrow a_3 - 2 = 3 \Rightarrow a_3 = 5 \text{ bulunur.}$$

Şimdi de benzer şekilde (a_n) dizisinin genel terimini yani a_n i bulalım.

$a_{n+1} - a_n = n$ olduğundan

$n = 1$ için $a_2 - a_1 = 1$

$n = 2$ için $a_3 - a_2 = 2$

$n = 3$ için $a_4 - a_3 = 3$

⋮

$n = n - 1$ için $+\ a_n - a_{n-1} = n - 1$

Taraf tarafa toplanırsa

$$a_n - a_1 = 1 + 2 + 3 .. + (n-1) = \frac{(n-1) \cdot n}{2}$$

$$\Rightarrow a_n - 2 = \frac{n^2 - n}{2} \Rightarrow a_n = \frac{n^2 - n + 4}{2} \text{ bulunur.}$$

1. Bir (a_n) dizisinde

$a_1 = 3$

$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, a_4 değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Bir (a_n) dizisinde $a_1 = 6$ ve

$a_{n+1} = \frac{n+1}{3} \cdot a_n$

olduğuna göre, a_3 değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Bir (a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için

$a_n = a_{n+1} + 2$ ve $a_5 = 3$

olduğuna göre, a_{10} değeri kaçtır?

A) –7 B) –3 C) –1 D) 5 E) 7

karekök

4. Bir (a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = n + 1$ ve $a_1 = 1$

olduğuna göre, dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(n + 1)!$ B) $n!$ C) $(n - 1)!$ D) n E) $n + 1$

D C A B

3.5

köşetaşı

$$(a_n) = \left(\frac{n^2+5n+10}{n}\right)$$

dizisinin tam sayı terimlerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Önce verilen (a_n) dizisini düzenleyelim.

$$a_n = \frac{n^2+5n+10}{n} = \frac{n^2}{n} + \frac{5n}{n} + \frac{10}{n} = n + 5 + \frac{10}{n} \text{ dir.}$$

a_n ifadesinin tam sayı olabilmesi için $\frac{10}{n}$ ifadesinin tam sayı olması gerekir. Bu durumda n sayısının alacağı değerler 10 sayısının pozitif bölenleri olan 1, 2, 5 ve 10 dur.

Buna göre, dizinin 1., 2., 5. ve 10. terimleri yani 4 terimi tam sayıdır.

Şimdi de bu terimleri bulalım.

n = 1 için $a_1 = 16$,

n = 2 için $a_2 = 12$,

n = 5 için $a_5 = 12$,

n = 10 için $a_{10} = 16$ bulunur.

1. Genel terimi

$$a_n = \frac{5n+12}{n}$$

olan dizinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. Genel terimi

$$a_n = \frac{n^2-7n+8}{n}$$

olan dizinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. Aşağıdakilerden hangisi

$$(a_n) = \left(\frac{5n-15}{n}\right)$$

dizisinin tam sayı olan terimlerinden biridir?

A) 1 B) 4 C) 5 D) 10 E) 15

4. $\left(\frac{3n+5}{n+1}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

B C B A

3.6

köşetaşı

$$(a_n) = \left(\frac{n^2-5n-14}{n+3}\right)$$

dizisinin negatif terimlerinin sayısını bulunuz.

açıklamalı çözüm

$a_n < 0$ koşulunu sağlayan kaç tane n pozitif tam sayısı varsa dizinin o kadar terimi negatif olur.

Buna göre, $a_n < 0$ yani $\frac{n^2-5n-14}{n+3} < 0$ eşitsizliğini sağlayan pozitif n tam sayılarını bulalım.

Verilen eşitsizlikte $\forall n \in N^+$ için $n + 3 > 0$ olduğundan ihmal edip $n^2 - 5n - 14 < 0$ eşitsizliğini çözelim.

- $n^2 - 5n - 14 < 0 \Rightarrow (n-7)(n+2) < 0$

n	$-\infty$	-2		7	$+\infty$
a_n	+		−		+

n pozitif tam sayı olduğundan (–2, 7) aralığından n sadece 1, 2, 3, 4, 5, 6 değerlerini alabilir.

O halde, (a_n) dizisinin 6 terimi negatiftir.

HIZLICA ÇÖZELİM

$\frac{n^2-5n-14}{n+3} = \frac{(n-7)(n+2)}{n+3} < 0$

eşitsizliğinde $n \in N^+$ için $n + 2 > 0$ ve $n + 3 > 0$ olduğundan $n - 7 < 0$ eşitsizliğini çözmek yeterlidir.

Buna göre, n; 1, 2, 3, 4, 5, 6 değerlerini alabilir.

1. $(15 - 4n)$

dizisinin kaç terimi pozitiftir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $(a_n) = (n^2 - 25)$

dizisinin negatif terimlerinin sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Genel terimi

$$a_n = \frac{5-n}{n+2}$$

olan dizinin kaç terimi pozitiftir?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. $\left(\frac{n^2-6n-7}{2n-3}\right)$

dizisinin negatif terimlerinin sayısı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök

B C D C

köşetaşı

$(a_n) = ((x+1)\cdot n^2 + (y-2)\cdot n + 5)$

$(b_n) = \left(\frac{2n+k}{3n-1}\right)$

dizileri veriliyor.

(a_n) ve (b_n) dizileri sabit dizi olduğuna göre, $x\cdot y\cdot k$ çarpımının değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bütün terimleri birbirine eşit olan dizilere sabit dizi denir. Örneğin, $(a_n) = (2)$ dizisi sabit dizidir.

Köşetaşının çözümü:

- (a_n) dizisi sabit dizi ise dizide n değişkeni olmamalıdır. Bundan dolayı $(a_n) = ((x+1)n^2 + (y-2)n + 5)$ dizisindeki n^2 li ve n li terimlerin kat sayılarını sıfıra eşitlemeliyiz.

  $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ ve

  $y-2=0 \Rightarrow y=2$ olur.

- İki polinomun birbirine bölümünden oluşan bir dizinin sabit dizi olabilmesi için pay ve paydadaki aynı dereceli terimlerin kat sayılarının oranı birbirine eşit olmalıdır.

Buna göre, $(b_n) = \left(\frac{2n+k}{3n-1}\right)$ dizisi sabit dizi ise

$\frac{2}{3} = \frac{k}{-1} \Rightarrow k = -\frac{2}{3}$ olur.

O halde, $x\cdot y\cdot k = (-1)\cdot(2)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}$ bulunur.

NE KOLAY ÇÖZÜM

Sabit dizinin bütün terimleri eşit olduğundan $b_1 = b_2$ alabiliriz.

Buradan

$\frac{2+k}{3-1} = \frac{4+k}{6-1}$

$\Rightarrow k = -\frac{2}{3}$ *bulunur.*

1. **Aşağıdaki dizilerden hangisi sabit dizi değildir?**

A) (-3) B) $\left(\frac{2}{3}\right)$ C) $((-1)^{2n})$

D) $((-1)^{n+1})$ E) $(\sin(n\pi))$

2. $(a_n) = ((m+1)n + 5)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, m kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\left(\frac{n+3}{2n+k}\right)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, k kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. $(a_n) = \left(\frac{k\cdot n+6}{n+2}\right)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, a_{2013} kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

D B A C

köşetaşı

$(a_n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{1}{n^2+n}\right)$ dizileri için

a) $(a_n) + (b_n)$ b) $\frac{(a_n)}{(b_n)}$

işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

(a_n) ve (b_n) birer dizi ve $c \in R$ olsun.

Bu durumda

1) $(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n)$

2) $(a_n) - (b_n) = (a_n - b_n)$

3) $c\cdot(a_n) = (c\cdot a_n)$

4) $(a_n)\cdot(b_n) = (a_n\cdot b_n)$

5) $(a_n) : (b_n) = (a_n : b_n)$, $(b_n \neq 0)$ dır.

Köşetaşının çözümü:

a) $(a_n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{1}{n^2+n}\right)$ ise

$$(a_n)+(b_n) = (a_n+b_n) = \left(\underset{(n)}{\frac{1}{n+1}} + \frac{1}{n^2+n}\right) = \left(\frac{n+1}{n(n+1)}\right) = \left(\frac{1}{n}\right)$$

b) $$\frac{(a_n)}{(b_n)} = \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \left(\frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n^2+n}}\right) = \left(\frac{1}{n+1}\cdot\frac{n^2+n}{1}\right) = \left(\frac{n(n+1)}{n+1}\right) = (n)$$

EŞİT DİZİ

Her $n \in N^+$ için

$a_n = b_n$

ise, (a_n) ve (b_n) dizilerine eşit diziler denir ve $(a_n) = (b_n)$ biçiminde gösterilir.

Kısaca genel terimleri eşit olan diziler eşit dizilerdir.

1. – 4. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.

$(a_n) = (3)$, $(b_n) = (n+1)$, $(c_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)$

dizileri veriliyor.

1. $(a_n) - 2(b_n)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1-2n)$ B) $(1-n)$ C) $(n-1)$

D) $(2n-1)$ E) $(2n+1)$

2. $(a_n)^2\cdot(b_n)$

çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3n+1)$ B) $(3n+3)$ C) $(9n+1)$

D) $(9n+7)$ E) $(9n+9)$

3. $a_{20} + b_2 - c_1$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $\frac{(b_n)}{(c_n)}$ **işleminin sonucu nedir?**

A) $(2n)$ B) $\left(\frac{2}{n}\right)$ C) $\left(\frac{n}{2}\right)$ D) $\left(\frac{3}{n}\right)$ E) $\left(\frac{n}{3}\right)$

karekök

A E C B

köşetaşı

Aşağıdaki dizilerin monotonluk durumunu inceleyiniz.

a) $(a_n)=\left(\dfrac{n+1}{2n-3}\right)$ **b)** $(b_n)=\left(\dfrac{2n+1}{n+3}\right)$ **c)** $(c_n)=\left(\dfrac{n+5}{2n+3}\right)$

açıklamalı çözüm

$\left(\dfrac{an+b}{cn+d}\right)$ şeklindeki dizilerde monotonluk durumu şu şekilde incelenir.

1) Paydanın kökü 1 den büyük $\left(-\dfrac{d}{c}>1\right)$ ise, dizi monoton değildir.

2) Paydanın kökü 1 den küçük $\left(-\dfrac{d}{c}<1\right)$ ise, dizi monotondur.

a) $a\cdot d-b\cdot c>0$ ise, dizi monoton artandır.

b) $a\cdot d-b\cdot c<0$ ise, dizi monoton azalandır.

Köşetaşının çözümü:

a) $(a_n)=\left(\dfrac{n+1}{2n-3}\right)$ dizisinde paydanın kökü $2n-3=0 \Rightarrow n=\dfrac{3}{2}>1$ dir.

Paydanın kökü 1 den büyük olduğu için dizi monoton değildir.

b) $(b_n)=\left(\dfrac{2n+1}{n+3}\right)$ dizisinde $n+3=0 \Rightarrow n=-3<1$ dir.

Paydanın kökü 1 den küçük olduğu için dizi monotondur. (b_n) dizisinde a = 2, b = 1, c = 1 ve d = 3 olduğundan $a\cdot d-b\cdot c=2\cdot3-1\cdot1=5>0$ olur. Buna göre, (b_n) dizisi monoton artandır.

c) (c_n) dizisinde paydanın kökü 1 den küçük olduğu için monotondur.

$(c_n)=\left(\dfrac{n+5}{2n+3}\right)$ dizisinde a = 1, b = 5, c = 2 ve d = 3 olduğundan, $a\cdot d-b\cdot c=1\cdot3-5\cdot2=-7<0$ olur.

Buna göre, (c_n) dizisi monoton azalandır.

1. Aşağıdaki dizilerden hangisi monoton <u>değildir</u>?

A) $\left(\dfrac{3}{n+1}\right)$ B) $\left(\dfrac{2n+1}{n}\right)$ C) $\left(\dfrac{n+3}{2n+5}\right)$ D) $\left(\dfrac{5}{5n-7}\right)$ E) $\left(\dfrac{3n}{2n+7}\right)$

2. Aşağıdaki dizilerden hangisi monoton <u>artandır</u>?

A) $\left(\dfrac{3n+1}{3n-7}\right)$ B) $\left(\dfrac{1}{n}\right)$ C) $\left(\dfrac{n+5}{2n+1}\right)$ D) $\left(\dfrac{2n+1}{2n-1}\right)$ E) $\left(\dfrac{n+1}{3n+7}\right)$

3. $\left(\dfrac{2n+k}{5n-1}\right)$

dizisi monoton artan olduğuna göre, k nın alabileceği <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

4. $\left(\dfrac{n+k}{2n+6}\right)$

dizisi monoton azalan olduğuna göre, k aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

D E B A

1. $(a_n)=(n!)$

dizisinin ilk iki teriminin toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Aşağıdakilerden hangisi bir gerçel sayı dizisi <u>değildir</u>?

A) (2n) B) (n^2) C) $\left(\dfrac{1}{2}\right)$ D) $(\sqrt{n}-1)$ E) $(\sqrt{n-5})$

3. Genel terimi

$a_n=\dfrac{2}{n}$

olan dizide a_2+a_4 toplamı kaçtır?

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{2}{3}$ D) $\dfrac{3}{2}$ E) $\dfrac{5}{2}$

4. Bir (a_n) dizisinde

$a_1=3$

$a_{k+1}=\dfrac{1}{k}a_k$

olduğuna göre, a_4 değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{8}$ B) $\dfrac{1}{7}$ C) $\dfrac{1}{6}$ D) $\dfrac{1}{5}$ E) $\dfrac{1}{2}$

5. $\left(\dfrac{6-n}{n}\right)$

dizisinin tam sayı olan terimlerinin sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. (2n − 11)

dizisinin negatif terimlerinin sayısı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $(a_n)=((x+3)n^2+(y+1)n+x\cdot y)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, a_5 değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) −1 E) −2

karekök

8. $(a_n)=\left(\sum_{k=1}^{n}2k\right)$ ve $(b_n)=(n^2+n)$

olduğuna göre, $\dfrac{(a_n)}{(b_n)}$ oranı nedir?

A) $\left(\dfrac{1}{n}\right)$ B) $\left(\dfrac{1}{2}\right)$ C) $\left(\dfrac{2}{n}\right)$ D) (2) E) (1)

9. I. $(a_n)=\left(\dfrac{n}{n+1}\right)$

II. $(b_n)=\left(\dfrac{n+7}{n+2}\right)$

III. $(c_n)=\left(\dfrac{2n+1}{3n-5}\right)$

Yukarıdaki dizilerden hangileri monoton artandır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

1 B 2 E 3 D 4 E 5 C 6 C 7 A 8 E 9 A

1. $(a_n) = \left(\dfrac{n^2 + 2n}{n + 6}\right)$

dizisinin kaçıncı terimi 4 tür?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. Genel terimi

$$a_n = \begin{cases} n^2 - 1, & n \equiv 0 \,(\text{mod } 2) \text{ ise} \\ 4n + 3, & n \equiv 1 \,(\text{mod } 2) \text{ ise} \end{cases}$$

olan (a_n) dizisi için $a_2 + a_5$ toplamı kaçtır?

A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 22

3. $\left(\dfrac{n + 8}{n + 2}\right)$

dizisinin tam sayı terimlerinin toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $(a_n) = \left(\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)}\right)$

dizisinin 20. terimi kaçtır?

A) $\frac{17}{18}$ B) $\frac{18}{19}$ C) $\frac{19}{20}$ D) $\frac{20}{21}$ E) $\frac{21}{22}$

5. $(a_n) = (\log_{(n+1)}(n + 2))$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin ilk 14 teriminin çarpımı kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

6. Genel terimi

$$a_n = \frac{3n - 13}{n + 1}$$

olan dizinin kaç terimi 2 den küçüktür?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

karekök

7. Bir (a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için

$$a_{n+1} - a_n = 2n \text{ ve } a_1 = 1$$

olduğuna göre, a_{20} değeri kaçtır?

A) 381 B) 380 C) 379 D) 378 E) 377

8. $(a_n) = \left(\sum\limits_{k=1}^{n} (3k - 5)\right)$

dizisinin 12. terimi kaçtır?

A) 165 B) 168 C) 170 D) 172 E) 174

9. $\left(\dfrac{2n + 5}{n + 2}\right)$

dizisinin bir terimi $\frac{15}{7}$ olduğuna göre, bundan önceki terimi kaçtır?

A) $\frac{13}{4}$ B) $\frac{13}{5}$ C) $\frac{13}{6}$ D) $\frac{14}{7}$ E) $\frac{14}{9}$

10. $(a_n) = \left(\dfrac{2}{3n + 1}\right)$

dizisinin kaç farklı terimi $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{2}\right)$ aralığındadır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

11. $(a_n) = \left(\dfrac{n!}{2^n}\right)$

olduğuna göre, $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{n+1}{2}$ B) $\frac{n+1}{3}$ C) $\frac{n}{2}$

D) $\frac{n}{3}$ E) $\frac{2}{n+1}$

12. $\left(\dfrac{5n + k}{2n + 3}\right)$

dizisi monoton azalan olduğuna göre, k nın alabileceği <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

13. n = 1, 2, 3,..... olmak üzere, ilk n teriminin toplamı

$$S_n = n^2 + n$$

olan bir dizinin 3. terimi kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. Genel terimi

$$a_n = \frac{1}{n^2 + n}$$

olan dizinin ilk 12 teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{10}{11}$ B) $\frac{11}{12}$ C) $\frac{12}{13}$ D) $\frac{13}{14}$ E) $\frac{14}{15}$

karekök

15. $(a_n) = \left(2 - \dfrac{1}{n + 1}\right)$ ve $(b_n) = \left(\dfrac{2n + x}{n + y - 1}\right)$

dizileri veriliyor.

$(a_n) = (b_n)$ olduğuna göre, x·y çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) −1 E) −2

16. $(a_n) = \left(\sum\limits_{k=1}^{n} (2k - 1)\right)$

dizisinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?

A) 202 B) 204 C) 206 D) 208 E) 210

1 B 2 A 3 C 4 D 5 E 6 B 7 A 8 E 9 C 10 E 11 A 12 D 13 B 14 C 15 A 16 B

1. Dizinin k. terimi 4 olsun.

$a_k = 4 \Rightarrow \dfrac{k^2 + 2k}{k + 6} = 4$

$\Rightarrow k^2 + 2k = 4k + 24$

$\Rightarrow k^2 - 2k - 24 = 0$

$\Rightarrow (k - 6)(k + 4) = 0$ olur.

Burada $k \in N^+$ olması gerektiğinden $k - 6 = 0$ için $k = 6$ olur.

Yanıt B

2. a_2 yi hesaplayabilmek için n yerine 2 değerini yazmalıyız. 2, (mod 2) ye göre 0 a denk olduğundan

$a_n = n^2 - 1$ den

$a_2 = 2^2 - 1 = 3$ bulunur.

Benzer şekilde, $5 \equiv 1 \pmod 2$ olduğundan

$a_n = 4n + 3$ ve

$a_5 = 4 \cdot 5 + 3 = 23$ bulunur.

Buna göre, $a_2 + a_5 = 3 + 23 = 26$ bulunur.

Yanıt A

3. $\dfrac{n+8}{n+2} = \dfrac{n+2+6}{n+2} = \dfrac{n+2}{n+2} + \dfrac{6}{n+2}$

$= 1 + \dfrac{6}{n+2}$ dir.

(a_n) dizisinin tam sayi olması için n + 2, 6 yı tam bölmelidir.

O halde, n = 1 ve n = 4 olur.

Yani dizinin birinci terimi (a_1) ve dizinin dördüncü terimi (a_4) tam sayıdır.

Buna göre, $a_n = 1 + \dfrac{6}{n+2}$ den

$a_1 = 1 + \dfrac{6}{3} = 3$ ve $a_4 = 1 + \dfrac{6}{6} = 2$

olduğundan toplamları 3 + 2 = 5 bulunur.

Yanıt C

4. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ olduğundan

$(a_n) = \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}\right) = \left(\frac{n}{n+1}\right)$ olur.

Buna göre, bu dizinin 20. terimi

$a_{20} = \dfrac{20}{21}$ bulunur.

Yanıt D

5. (a_n) dizisinin ilk 14 teriminin çarpımı $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \ldots a_{14}$ tür.

$a_n = \log_{(n+1)}(n + 2)$ olduğundan

$a_1 = \log_2 3,\ a_2 = \log_3 4, \ldots,\ a_{14} = \log_{15} 16$ olur.

Buna göre, bu terimlerin çarpımı

$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \ldots . \log_{15} 16 = \log_2 16$

$= \log_2 2^4 = 4$ olur.

Yanıt E

6. $a_n < 2$ koşulunu sağlayan kaç tane n pozitif tam sayısı varsa dizinin o kadar terimi 2 den küçüktür.

O halde, $a_n < 2 \Rightarrow \dfrac{3n - 13}{n+1} < 2$ olur.

($n \in N^+$ için $n + 1 > 0$ olduğundan eşitsizlikte içler ve dışlar çarpımı yapılabilir.)

$3n - 13 < 2(n + 1) \Rightarrow 3n - 13 < 2n + 2$

$\Rightarrow n < 15$ olur.

Bu eşitsizliği sağlayan n pozitif tam sayıları 1, 2, 3,...,14 olduğundan (a_n) dizisinin 14 terimi 2 den küçüktür.

Yanıt B

karekök

7. $a_{n+1} - a_n = 2n$ olduğundan

n = 1 için $a_2 - a_1 = 2$

n = 2 için $a_3 - a_2 = 4$

n = 3 için $a_4 - a_3 = 6$

⋮

n = 19 için $a_{20} - a_{19} = 38$

} Eşitlikler taraf tarafa toplanırsa

$a_{20} - a_1 = 2 + 4 + 6 + \ldots + 38$

$a_{20} - 1 = 2(1 + 2 + \ldots + 19)$

$a_{20} - 1 = 2 \cdot \dfrac{19 \cdot 20}{2} = 380$

$a_{20} = 381$ bulunur.

Yanıt A

8. $(a_n) = \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (3k - 5)\right)$

dizisinin 12. terimi

$a_{12} = \displaystyle\sum_{k=1}^{12} (3k - 5) = 3 \sum_{k=1}^{12} k - \sum_{k=1}^{12} 5$

$= 3 \cdot \dfrac{12 \cdot 13}{2} - 5 \cdot 12$

$= 174$ bulunur.

Yanıt E

9. Önce kaçıncı terimin $\dfrac{15}{7}$ olduğunu bulalım.

$\dfrac{2n + 5}{n + 2} = \dfrac{15}{7} \Rightarrow 14n + 35 = 15n + 30$

$\Rightarrow n = 5$ olur.

Yani dizinin 5. terimi $\dfrac{15}{7}$ dir. Bir önceki terim 4. terimdir.

Buna göre, dizinin 4. terimi

$a_4 = \dfrac{2 \cdot 4 + 5}{4 + 2} = \dfrac{13}{6}$ bulunur.

Yanıt C

10. $\dfrac{1}{8} < a_n < \dfrac{1}{2}$ koşulunu sağlayan pozitif n tam sayılarını bulmalıyız.

$a_n = \dfrac{2}{3n+1} \Rightarrow \dfrac{1}{8} < \dfrac{2}{3n+1} < \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow 8 > \dfrac{3n+1}{2} > 2$

$\Rightarrow 16 > 3n + 1 > 4$ olur.

$4 < 3n + 1 < 16 \Rightarrow 3 < 3n < 15$

$\Rightarrow 1 < n < 5$

olduğundan n; 2, 3, 4 olmak üzere 3 farklı değer alır.

Buna göre, (a_n) dizisinin 3 terimi $\left(\dfrac{1}{8}, \dfrac{1}{2}\right)$ aralığındadır.

Yanıt E

11. $a_n = \dfrac{n!}{2^n} \Rightarrow a_{n+1} = \dfrac{(n+1)!}{2^{n+1}}$ olur.

Buna göre, $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{\frac{(n+1)!}{2^{n+1}}}{\frac{n!}{2^n}} = \dfrac{(n+1)!}{2^{n+1}} \cdot \dfrac{2^n}{n!}$

$= \dfrac{(n+1) \cdot n!}{2^n \cdot 2^1} \cdot \dfrac{2^n}{n!}$

$= \dfrac{n+1}{2}$ bulunur.

Yanıt A

12. $\left(\dfrac{an + b}{cn + d}\right)$ dizisi monoton azalan ise $a \cdot d - b \cdot c < 0$ olmalıdır.

$\left(\dfrac{5n + k}{2n + 3}\right)$ dizisinde a = 5, b = k, c = 2 ve d = 3 tür.

Buna göre, $a \cdot d - bc < 0$ ise,

$5 \cdot 3 - 2 \cdot k < 0 \Rightarrow 2k > 15$

$\Rightarrow k > \dfrac{15}{2}$ dir.

Buradan k nın alabileceği en küçük değer 8 bulunur.

Yanıt D

karekök

13. Dizinin ilk 3 teriminin toplamından ilk 2 teriminin toplamını çıkarırsak dizinin 3. terimini buluruz.

Yani $a_3 = S_3 - S_2$ dir.

Buna göre, $S_n = n^2 + n$ olduğundan

$S_3 = 3^2 + 3 = 12,$

$S_2 = 2^2 + 2 = 6,$

ve $a_3 = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$ bulunur.

Yanıt B

14. $a_n = \dfrac{1}{n^2+n}$ ifadesini basit kesirlerine ayırarak düzenleyelim.

$$\frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{A}{\underset{(n+1)}{n}} + \frac{B}{\underset{(n)}{n+1}}$$

$1 = A(n+1) + Bn$ olur.

$n = -1$ için $B = -1$ ve

$n = 0$ için $A = 1$ dir.

Buna göre,

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \text{ bulunur.}$$

Buradan

$a_1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$

$a_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$a_3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

$\vdots$

$a_{12} = \frac{1}{12} - \frac{1}{13}$

$+$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_{12} = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$ bulunur.

Yanıt C

15. $(a_n) = \left(2 - \dfrac{1}{n+1}\right) = \left(\dfrac{2n+1}{n+1}\right)$ olur.

$$(a_n) = (b_n) \Rightarrow \left(\frac{2n+1}{n+1}\right) = \left(\frac{2n+x}{n+y-1}\right)$$

eşitliğinin sağlanabilmesi için

- $x = 1$ ve
- $y - 1 = 1 \Rightarrow y = 2$ olmalıdır.

Buna göre, $x \cdot y = 1 \cdot 2 = 2$ bulunur.

Yanıt A

16. $\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$ olduğundan

$$(a_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} (2k-1)\right) = (n^2) \text{ olur.}$$

(a_n) dizisinin ilk 8 teriminin toplamı

$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_8 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 8^2$

$= \dfrac{8 \cdot 9 \cdot 17}{6}$

$= 204$ bulunur.

$$\left(\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ dır.}\right)$$

Yanıt B

karekök

KONU TESTİ - 2

1. $(a_n) = ((-1)^n \cdot n)$

dizisinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

2. $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)}\right)$

dizisinin 100. terimi kaçtır?

A) $\frac{99}{100}$ B) $\frac{100}{101}$ C) $\frac{101}{102}$ D) $\frac{102}{101}$ E) $\frac{101}{100}$

3. (a_k) dizisi

$a_1 = 50$

$a_{k+1} = a_k - k \quad (k = 1, 2, 3, \ldots)$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, a_{10} terimi nedir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

4. (a_n) ve (b_n) dizileri

$$(a_n) = \left(\frac{n^4 - n^3 + n^2 - n + 1}{n+1}\right)$$

$(b_n) = (a_{n+1})$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, b_1 değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{11}{3}$

5. $(3^n + 2)$

dizisinin kaçıncı terimi 29 dur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $(a_n) = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)$

dizisinin 5. terimi kaçtır?

A) 45 B) 48 C) 50 D) 52 E) 55

7. $(a_n) = \left(1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \ldots + \dfrac{1}{2^{n-1}}\right)$

dizisinin 5. terimi kaçtır?

A) $\frac{31}{16}$ B) $\frac{29}{16}$ C) $\frac{27}{16}$ D) $\frac{31}{32}$ E) $\frac{31}{29}$

8. $\left(\dfrac{3n-10}{n+2}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

karekök

9. Bir (a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için

$$a_{n+1} = n \cdot a_n \text{ ve } a_1 = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(n-1)!}{2}$ B) $\frac{n!}{2}$ C) $\frac{(n+1)!}{2}$

D) $(n-1)!$ E) $n!$

10. (a_n) ve (b_n) dizileri aşağıdaki biçimde tanımlanıyor.

$$a_n = \begin{cases} n^2, & n \equiv 0 \text{ (mod 3) ise} \\ n, & n \equiv 1 \text{ (mod 3) ise} \\ -1, & n \equiv 2 \text{ (mod 3) ise} \end{cases}$$

$$b_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

Buna göre, b_3 kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

11. $(a_n) = \left(\frac{n^2 - 3n + 6}{n}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

12. $(20 - n)$

dizisinin çift doğal sayı olan kaç farklı terimi vardır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

13. Genel terimi

$$a_n = \begin{cases} n+3, & n < 4 \text{ ise} \\ -n, & n \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$$

olan dizide $a_3 + a_4 + a_5$ toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

14. (a_n), sabit dizidir.

$$(a_n) = \left(\frac{2n+p}{n+1}\right)$$

olduğuna göre, p kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

15. $(a_n) = (n^2 - 2n + 5)$

dizisinin <u>en küçük</u> terimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $(a_n) = (3n - 1)$

dizisinin kaç terimi 15 ten küçüktür?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

1 A 2 B 3 D 4 E 5 B 6 E 7 A 8 B 9 A 10 C 11 D 12 B 13 A 14 E 15 C 16 D

1. $a_0 = 1$, $a_n = \frac{1}{n} \cdot a_{n-1}$ ve $n \in N$, $n \geq 1$

olduğuna göre, a_6 kaçtır?

A) $\frac{1}{6!}$ B) $\frac{1}{5!}$ C) 5! D) 6! E) 6!

(ÖYS 1987)

2. Bir dizinin genel terimi $a_n = \frac{8-n}{n} \cdot a_{n-1}$ dir.

$a_1 = 1$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?

A) $\frac{1}{5!}$ B) $\frac{6}{5!}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{5}{61}$ E) 1

(ÖYS 1989)

3. n = 1, 2, 3, ... olmak üzere, ilk n teriminin toplamı $S_n = n^2 + 1$ olan bir dizinin 7. terimi kaçtır?

A) 30 B) 24 C) 22 D) 16 E) 13

(ÖYS 1996)

4. $n \geq 1$ için

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$$

olduğuna göre, a_{99} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{50}{49}$ B) $\frac{49}{50}$ C) $\frac{98}{99}$ D) $\frac{100}{99}$ E) $\frac{99}{100}$

(ÖSS 2007 II)

5. $\{a_n\}$ ve $\{b_n\}$ dizileri aşağıdaki biçimde tanımlanıyor.

$$a_n = \begin{cases} 0, & n \equiv 0 \text{ (mod 3) ise} \\ n, & n \equiv 1 \text{ (mod 3) ise} \\ -n, & n \equiv 2 \text{ (mod 3) ise} \end{cases}$$

$$b_n = \sum_{k=0}^{n} a_k$$

Buna göre, b_4 kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 2 E) 3

(LYS 2010)

6. (a_k) dizisi

$a_1 = 40$

$a_{k+1} = a_k - k$ (k = 1, 2, 3, ...)

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, a_8 terimi nedir?

A) 4 B) 7 C) 12 D) 15 E) 19

(LYS 2011)

1 A 2 E 3 E 4 E 5 E 6 C

BÖLÜM 4

Aritmetik Dizi

KÖŞETAŞI **KAZANIMLAR**

1. Aritmetik diziyi tanımlar.
2. Herhangi iki terimi verilen bir aritmetik dizinin ortak farkını ve başka bir terimini bulur.
3. a ve b gibi iki gerçel sayının arasına n tane terim yerleştirilmesiyle oluşturulan aritmetik dizinin ortak farkını bulur.
4. Bir aritmetik dizide her terimin kendisine eşit uzaklıkta bulunan iki terimin aritmetik ortalamasına eşit olduğunu kavratır.
5. Sonlu bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin toplamının birbirine eşit olduğunu kavratır.
6. Bir aritmetik dizide ilk n terim toplamını bulur.
7. Köşetaşı 6 ile ilgili uygulamalar yapar.
8. Bir aritmetik dizide ilk n terim toplamının genel ifadesi verildiğinde herhangi bir terimi bulur.
9. Aritmetik dizi modeli olan problemler çözer.

köşetaşı

İlk terimi 5 ve ortak farkı 2 olan bir aritmetik dizinin 12. terimini ve genel terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Ardışık her iki terimi arasındaki fark eşit olan diziye aritmetik dizi denir.

Yani, $d \in R$ olmak üzere, $\forall n \in N^+$ için

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = ... = a_{n+1} - a_n = d$$

ise (a_n) bir aritmetik dizidir. d gerçel sayısına aritmetik dizinin ortak farkı denir.

İlk terimi a_1 ve ortak farkı d olan (a_n) aritmetik dizisinde

$a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$

$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$

$\vdots$

$a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n-1)d$ olur.

Köşetaşının çözümü:

Verilenlerden $a_1 = 5$ ve $d = 2$ dir.

(a_n) aritmetik dizisinin genel terimi

$a_n = a_1 + (n-1)d$ olduğundan

dizinin 12. terimi $a_{12} = 5 + (12-1) \cdot 2 = 27$ ve

dizinin genel terimi $a_n = 5 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 3$ bulunur.

ÖRNEĞİN

- *$(a_n) = (3n + 4)$ dizisinde*
  $a_{n+1} - a_n = [3(n+1) + 4] - (3n + 4)$
  $= 3$
  olduğundan (a_n) aritmetik dizidir ve dizinin ortak farkı 3 tür.
- *$(b_n) = (n^2)$ dizisinde*
  $b_{n+1} - b_n = (n+1)^2 - n^2$
  $= 2n + 1$ *olur.*
  $2n + 1$, sabit sayı olmadığından (b_n) aritmetik dizi değildir.

GENEL TERİM

İlk terimi a_1 ve ortak farkı d olan (a_n) aritmetik dizisinin genel terimi
$a_n = a_1 + (n-1)d$ *olur.*

1. **İlk terimi −3 ve ortak farkı 5 olan bir aritmetik dizinin 6. terimi kaçtır?**

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

2. **İlk terimi 2 ve ortak farkı 3 olan bir aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3n - 2$ B) $3n - 1$ C) $3n$
D) $3n + 1$ E) $3n + 2$

3. Ortak farkı $\frac{1}{2}$ olan bir (a_n) aritmetik dizisinde

$a_1 = 4$

olduğuna göre, $a_3 + a_7$ toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

karekök

4. Genel terimi

$a_n = 3n + 4$

olan aritmetik dizinin ilk terimi ile ortak farkının toplamı kaçtır?

A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

E	B	C	D

köşetaşı

Üçüncü terimi 7 ve dokuzuncu terimi 37 olan bir aritmetik dizinin ortak farkını ve beşinci terimi bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir aritmetik dizinin k. terimi a_k ve p. terimi a_p ise,

- Dizinin ortak farkı $d = \frac{a_k - a_p}{k - p}$ ve
- $a_k = a_p + (k-p) \cdot d$ olur.

Köşetaşının çözümü:

Soruda $a_3 = 7$ ve $a_9 = 37$ olduğu verilmiştir.

Buna göre, dizinin ortak farkı $d = \frac{a_9 - a_3}{9 - 3} = \frac{37 - 7}{6} = 5$ tir.

Aritmetik dizide $a_n = a_1 + (n-1)d$ olduğundan

$a_3 = a_1 + 2d = 7 \Rightarrow a_1 + 2 \cdot 5 = 7 \Rightarrow a_1 = -3$ olur.

O halde, dizinin beşinci terimi

$a_5 = a_1 + 4d = -3 + 4 \cdot 5 = 17$ bulunur.

Ayrıca
$a_5 = a_3 + 2d = 7 + 2 \cdot 5 = 17$ şeklinde de bulunabilir.

İSPATLAYALIM

$a_k = a_1 + (k-1)d$ *ve*
$-\; a_p = a_1 + (p-1)d$ *olduğundan*

$a_k - a_p = d(k-p)$

$\Rightarrow d = \frac{a_k - a_p}{k - p}$ *olur.*

EZBERLEMEDEN

$a_3 = 7 \Rightarrow a_1 + 2d = 7$ *ve*
$a_9 = 37 \Rightarrow a_1 + 8d = 37$

denklemlerini çözersek $d = 5$ ve $a_1 = -3$ bulunur.

Buna göre,

$a_5 = a_1 + 4d$

$a_5 = -3 + 4 \cdot 5 = 17$ *bulunur.*

1. **İkinci terimi 5 ve yedinci terimi 10 olan aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Bir (a_n) aritmetik dizisinde

$a_4 = 8$ ve $a_{11} = 29$

olduğuna göre, dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) −1 E) −2

3. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_9 = 5$ ve $a_{13} = 17$

olduğuna göre, a_{10} değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

karekök

4. **Altıncı terimi 20 ve onbeşinci terimi 38 olan aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2n + 8$ B) $2n + 6$ C) $3n + 2$
D) $3n + 5$ E) $4n + 1$

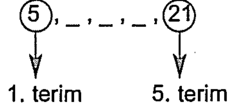
A	D	C	A

köşetaşı

5 ile 21 sayıları arasına uygun olan 3 sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir aritmetik dizi oluşturuluyor.

Buna göre, bu üç sayının toplamını bulunuz.

açıklamalı çözüm



5 ile 22 sayıları arasına 3 sayı yerleştirildiğinden dizinin 1. terimi 5 ($a_1 = 5$) ve 5. terimi 21 ($a_5 = 21$) olur.

Buna göre, $d = \frac{a_5 - a_1}{5-1} = \frac{21-5}{4} = 4$ bulunur.

Dizinin ortak farkı 4 olduğundan dizinin terimleri 5, 9, 13, 17, 21 olur.

O halde, eklenen üç sayının toplamı 9 + 13 + 17 = 39 bulunur.

1. 2 ile 22 sayıları arasına uygun olan 4 sayı yerleştirilerek 6 sayıdan oluşan bir aritmetik dizi oluşturuluyor.

Buna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. 12 ile 26 sayıları arasına bu sayılarla birlikte sonlu bir aritmetik dizi oluşturacak şekilde 6 tane sayı yerleştiriliyor.

Buna göre, bu dizinin ikinci terimi kaçtır?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

3. a ile b sayıları arasına bu sayılarla birlikte sonlu aritmetik dizi oluşturacak şekilde 15 terim yerleştirilirse elde edilen dizinin ortak farkı aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\frac{a+b}{16}$ B) $\frac{a+b}{15}$ C) $\frac{b-a}{15}$

D) $\frac{b-a}{16}$ E) $\frac{b-a}{17}$

4. –3 ile 51 sayıları arasına uygun olan 17 sayı yerleştirilerek sonlu bir aritmetik dizi oluşturuluyor.

Buna göre, bu dizinin yedinci terimi kaçtır?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

kareköl

C A D B

köşetaşı

Bir aritmetik dizinin 6. terimi x olduğuna göre, 3. ve 9. terimlerinin toplamını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir aritmetik dizide her terim kendisinden eşit uzaklıkta bulunan terimlerin aritmetik ortalamasına eşittir.

Yani $a_n = \frac{a_{n-k} - a_{n+k}}{2}$ ($k \in N^+$, $1 \leq k < n$) olur.

Örneğin, $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, ...$ aritmetik dizisinde $a_3 = \frac{a_1 + a_5}{2} = \frac{a_2 + a_4}{2}$ dir.

Köşetaşının çözümü:

$6 = \frac{3+9}{2}$ olduğundan dizinin 6. terimi, 3. ve 9. terimlere eşit uzaklıktadır.

Buna göre, $a_6 = \frac{a_3 + a_9}{2}$ olduğundan

$x = \frac{a_3 + a_9}{2} \Rightarrow a_3 + a_9 = 2x$ bulunur.

1. Bir (a_n) aritmetik dizisinde

$a_{10} + a_{24} = 46$

olduğuna göre, a_{17} değeri kaçtır?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

2. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_5 = 10$ ve $a_{13} = 12$

olduğuna göre, a_{21} değeri kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

3. Bir aritmetik dizinin ardışık ilk üç terimi sırasıyla a + 2, 2a – 1 ve a + 10 dur.

Buna göre, a kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. (a_n) aritmetik dizidir.

Buna göre, $\frac{a_3 + a_{13}}{6a_8}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 2 E) 3

kareköl

C D A B

köşetaşı

(a_n) aritmetik dizisinde

$a_{10} = 18$ ve $a_{20} = 22$

olduğuna göre, $a_3 + a_{27}$ toplamının değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Sonlu bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin toplamı birbirine eşittir.

Yani $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = ...$ olur.

Örneğin, 5. terim ile 13. terimin toplamı, 2. terim ile 16. terimin toplamına eşittir. Çünkü 5 + 13 = 2 + 16 dır.

Köşetaşının çözümü:

10 + 20 = 3 + 27 olduğundan yukarıda verdiğimiz kuraldan

$a_{10} + a_{20} = a_3 + a_{27}$ olur.

Buna göre, $18 + 22 = a_3 + a_{27}$

$a_3 + a_{27} = 40$ bulunur.

1. **Bir aritmetik dizide $a_7 = 24$ ve $a_{21} = 31$ olduğuna göre, $a_3 + a_{25}$ toplamı kaçtır?**

A) 55 B) 54 C) 53 D) 52 E) 51

2. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_1 + a_{15} = 27$

olduğuna göre, $a_7 + a_9$ toplamı kaçtır?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

3. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_2 + a_{18} = 18$

olduğuna göre, $a_5 + a_7 + a_{13} + a_{15}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 20 B) 36 C) 40 D) 48 E) 54

4. **Bir aritmetik dizide $a_1 = 2$ ve $a_9 = 18$ olduğuna göre, $a_3 + a_7 - a_5$ işleminin sonucu kaçtır?**

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

karekök

A C B D

köşetaşı

Bir aritmetik dizide

$a_1 = 3$ ve $a_4 = 9$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 12 teriminin toplamını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n olmak üzere,

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ veya

$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ olur.

Köşetaşının çözümü:

$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

olduğundan ilk 12 terim toplamı

$S_{12} = \frac{12}{2}[2a_1 + 11d] = 6[2a_1 + 11d]$ olur.

Önce d değerini bulalım.

$a_1 = 3$ ve $a_4 = 9$ olduğundan

$d = \frac{a_4 - a_1}{4-1} = \frac{9-3}{3} = 2$ bulunur.

Buna göre, $S_{12} = 6[2a_1 + 11d]$

$S_{12} = 6[2 \cdot 3 + 11 \cdot 2] = 168$ bulunur.

İSPATLAYALIM

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$

$= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + ... + a_1 + (n-1)d$

$= \underbrace{a_1 + a_1 + ... + a_1}_{n\ tane} + d + 2d + ... + (n-1)d$

$= n \cdot a_1 + d(1 + 2 + ... + (n-1))$

$= n \cdot a_1 + d \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}$

$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

elde edilir.

1. **İlk terimi –3 ve ortak farkı 5 olan bir aritmetik dizinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 185 B) 187 C) 190 D) 192 E) 195

2. İlk terimi 7 olan bir aritmetik dizinin ilk 18 teriminin toplamı 72 dir.

Buna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?

A) $-\frac{6}{17}$ B) $-\frac{5}{17}$ C) $-\frac{3}{17}$ D) $\frac{3}{17}$ E) $\frac{6}{17}$

3. Ortak farkı 3 olan bir aritmetik dizide $S_{14} = 301$ dir.

Buna göre, bu dizinin 5. terimi kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 14 E) 15

4. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_1 = -1$ ve $a_5 - a_4 = 3$

olduğuna göre, dizinin ilk 20 teriminin toplamı kaçtır?

A) 560 B) 550 C) 540 D) 530 E) 520

karekök

E A D B

köşetaşı

Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n olmak üzere,

$S_8 - S_3 = 75$

olduğuna göre, bu dizinin altıncı terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ olduğundan

$S_8 = \frac{8}{2}[2a_1 + 7d] = 4(2a_1 + 7d) = 8a_1 + 28d$ ve

$S_3 = \frac{3}{2}[2a_1 + 2d] = 3a_1 + 3d$ olur.

$S_8 - S_3 = 75$ ise, $8a_1 + 28d - (3a_1 + 3d) = 75$

$5a_1 + 25d = 75$

$5(a_1 + 5d) = 75$

$a_1 + 5d = 15$ olur.

Buna göre, dizinin altıncı terimi

$a_6 = a_1 + 5d = 15$ bulunur.

DAHA KISA ÇÖZÜM

$S_8 - S_3 = 75 \Rightarrow$

$a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 75$ olur.

Aritmetik dizide her terim kendisinden eşit uzaklıkta bulunan terimlerin aritmetik ortalamasına eşit olduğundan

$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2} = \frac{a_5 + a_7}{2} \Rightarrow$

$a_4 + a_8 = a_5 + a_7 = 2a_6$ dır.

Buna göre, $a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 75$

$2a_6 + 2a_6 + a_6 = 75 \Rightarrow$

$5a_6 = 75 \Rightarrow a_6 = 15$ *olur.*

1. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n dir.

$S_7 - S_4 = 42$

olduğuna göre, a_6 kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

2. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_7 - a_1 = 18$ ve $S_{11} = 132$

olduğuna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –3

3. İlk 10 teriminin toplamı 120 ve ilk 20 teriminin toplamı 440 olan bir aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

4. Bir aritmetik dizinin ilk 12 teriminin toplamı ilk 8 teriminin toplamının 2 katına eşittir.

Buna göre, bu dizinin ilk teriminin ortak farkına oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{19}{2}$ B) $-\frac{17}{2}$ C) $-\frac{5}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{19}{2}$

C	E	B	D

köşetaşı

İlk n teriminin toplamı

$S_n = n^2 + 3n$

olan bir aritmetik dizinin 5. terimini ve genel terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- Dizinin 5. terimini bulabilmek için ilk 5 terimin toplamından ilk 4 terimin toplamını çıkarmalıyız. Buna göre,

  $a_5 = S_5 - S_4$

  olur.

  $S_n = n^2 + 3n$ olduğundan

  $a_5 = S_5 - S_4$

  $a_5 = (5^2 + 3\cdot 5) - (4^2 + 3\cdot 4)$

  $a_5 = 40 - 28 = 12$ bulunur.

- Dizinin a_n genel terimini bulabilmek için ilk n teriminin toplamından ilk (n – 1) teriminin toplamını çıkarmalıyız.

  Buna göre,

  $a_n = S_n - S_{n-1}$

  $a_n = (n^2 + 3n) - [(n-1)^2 + 3(n-1)]$

  $a_n = (n^2 + 3n) - (n^2 + n - 2) \Rightarrow a_n = 2n + 2$ bulunur.

1. İlk n teriminin toplamı S_n olan bir aritmetik dizide

$S_{23} - S_{22} = 17$

olduğuna göre, a_{23} kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

2. İlk n teriminin toplamı

$S_n = 2n^2 + n$

olan aritmetik dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. ve 4. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.

Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı

$S_n = n^2 - n$ dir.

karekök

3. Bu dizinin dördüncü terimi kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. Bu dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2n – 2 B) 2n – 1 C) 2n D) 2n + 1 E) 2n + 2

C	B	B	A

köşetaşı

YGS sınavına hazırlanan Kerem, her gün bir önceki günden 15 soru daha fazla çözmektedir.

Kerem, ilk gün 20 soru çözdüğüne göre,

a) Beşinci gün çözdüğü soru sayısını

b) On günde çözdüğü toplam soru sayısını

bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kerem'in her gün çözdüğü soru sayısı arasındaki farklar eşit olduğundan bu problem bir aritmetik dizi modelidir. Kerem ilk gün 20 soru çözdüğünden $a_1 = 20$ dir. Ayrıca her gün çözdüğü soru sayısı bir önceki gün çözdüğü soru sayısından 15 fazla olduğu için ortak fark $d = 15$ olur.

a) $a_n = a_1 + (n - 1)d$ olduğundan

Kerem'in 5. gün çözdüğü soru sayısı

$a_5 = a_1 + 4d = 20 + 4 \cdot 15 = 80$ olur.

b) Kerem'in 10. gün çözdüğü soru sayısı

$a_{10} = a_1 + 9d = 20 + 9 \cdot 15 = 155$ tir.

Bu durumda, Kerem'in on gün boyunca çözdüğü toplam soru sayısı

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ den $S_{10} = \frac{10}{2}(a_1 + a_{10})$

$S_{10} = 5 \cdot (20 + 155) = 875$ olur.

1. Bir tarlanın ilk gün 3 dönümü sürülüyor. Bundan sonraki her gün bir önceki günden 2 dönüm fazla sürülüyor.

Buna göre, altıncı gün kaç dönüm tarla sürülür?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 16 E) 17

2. Yeni açılan bir lokantaya ilk gün 12 müşteri gelmiştir. Bundan sonraki her gün bir önceki gün gelen müşteri sayısından 4 fazla müşteri gelmiştir.

Buna göre, dokuz günde lokantaya gelen müşteri sayısı kaçtır?

A) 252 B) 250 C) 248 D) 242 E) 240

karekök

3. Yaşları toplamı 60 olan 5 kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En büyük kardeş 18 yaşında olduğuna göre, <u>en küçük</u> kardeşin yaşı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. Namık 480 TL lik borcunun ilk ay 30 TL sini ödüyor. Bundan sonraki her ay bir önceki aydan 20 TL daha fazla ödüyor.

Buna göre, Namık borcunun tamamını kaç ayda öder?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

C	A	C	D

1. Birinci terimi –5 ve ortak farkı $\frac{1}{2}$ olan aritmetik dizinin yedinci terimi aşağıdakilerde hangisidir?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

2. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_{11} - a_5 = -4$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

3. 3 ile 27 sayıları arasına uygun olan 5 sayı yerleştirilerek 7 sayıdan oluşan artan bir aritmetik dizi oluşturuluyor.

Buna göre, bu dizinin ikinci terimi kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. Bir (a_n) aritmetik dizisinde

$a_{10} = x$

olduğuna göre, $a_5 + a_{15}$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{4}$ B) $\frac{x}{2}$ C) x D) 2x E) 4x

karekök

5. Bir aritmetik dizide

$a_3 + a_{10} = 21$

olduğuna göre, $a_5 + a_8$ toplamı kaçtır?

A) 42 B) 36 C) 30 D) 24 E) 21

6. İlk terimi 5 ve ortak farkı 3 olan bir aritmetik dizinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?

A) 124 B) 123 C) 122 D) 121 E) 120

7. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n dir.

$S_5 = 35$ ve $S_{10} = 170$

olduğuna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

8. İlk n teriminin toplamı

$S_n = n^2$

olan aritmetik dizinin 3. terimi kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

9. Yaşları toplamı 39 olan 3 kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En küçük kardeş 10 yaşında olduğuna göre, <u>en büyük</u> kardeşin yaşı kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

1	B	2	A	3	C	4	D	5	E	6	A	7	C	8	D	9	B

1. $(a_n) = (5 - 3n)$

aritmetik dizisinin ortak farkı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

2. **Dördüncü terimi 5 ve yedinci terimi 11 olan bir aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2n – 5 B) 2n – 4 C) 2n – 3 D) 2n + 1 E) 2n + 3

3. (a_n) aritmetik dizisi için

$$\frac{3 \cdot a_9}{a_3 + a_{15}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{5}$

4. Genel terimi

$$a_n = 3 - 2n$$

olan bir aritmetik dizinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

A) –70 B) –72 C) –75 D) –78 E) –80

5. Sonlu bir aritmetik dizide ilk terim 12 ve son terim 63 tür.

Bu dizinin ortak farkı 3 olduğuna göre, terim sayısı kaçtır?

A) 21 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17

6. İlk n teriminin toplamı S_n olan bir aritmetik dizide

$$S_7 - S_6 = 28$$
$$S_{11} - S_{10} = 44$$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $2x + 1,\ 3x - 5$ ve $x + 7$

terimleri sırasıyla bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_8 + a_{10} + a_{14} + a_{16} = 40$$

olduğuna göre, a_{12} değeri kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

karekök

9. 8, x, y, z, 24

sayıları sırasıyla bir aritmetik dizinin ardışık beş terimidir.

Buna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

A) 52 B) 51 C) 50 D) 49 E) 48

10. 80 dönümlük bir tarlanın ilk gün 3 dönümü sürülüyor.

Bundan sonraki her gün bir önceki günden 2 dönüm fazla sürüldüğüne göre, tarlanın tamamı kaç günde sürülür?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

11. Bir aritmetik dizide ilk 8 terim toplamı, ilk 10 terim toplamına eşittir.

Buna göre, bu dizinin ilk teriminin ortak farkına oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{19}{2}$ B) $-\frac{17}{2}$ C) $-\frac{2}{17}$ D) $\frac{2}{17}$ E) $\frac{17}{2}$

12. Üçüncü terimi 10 olan bir aritmetik dizinin ilk 12 teriminin toplamı 246 dır.

Buna göre, dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. **Üçüncü terimi, ikinci teriminin 3 katı olan bir aritmetik dizinin onuncu terimi beşinci teriminin kaç katıdır?**

A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{7}{17}$ C) $\frac{15}{7}$ D) $\frac{17}{7}$ E) $\frac{19}{7}$

14. İlk terimi ortak farkına eşit olan bir aritmetik dizide ilk 12 terim toplamı 156 dır.

Buna göre, bu dizinin 6. terimi kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

15. Bir üçgende iç açıların ölçüleri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

En küçük açı 50° olduğuna göre, en büyüğü kaç derecedir?

A) 85 B) 80 C) 75 D) 70 E) 60

16. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n teriminin toplamı S_n dir.

$$a_9 + a_{12} = 20$$

olduğuna göre, S_{20} değeri kaçtır?

A) 160 B) 170 C) 180 D) 190 E) 200

karekök

1 A 2 C 3 B 4 E 5 D 6 B 7 C 8 A 9 E 10 A 11 B 12 C 13 D 14 A 15 D 16 E

1. $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = ... = a_n - a_{n-1}$

olduğundan $d = a_2 - a_1$ eşitliğini kullanabiliriz.

$a_n = 5 - 3n \Rightarrow a_2 = 5 - 3 \cdot 2 = -1$ ve

$a_1 = 5 - 3 \cdot 1 = 2$

olduğundan $d = a_2 - a_1 = -1 - 2 = -3$ bulunur.

Yanıt A

2. $a_4 = 5$ ve $a_7 = 11$ olduğundan

$d = \frac{a_7 - a_4}{7 - 4} = \frac{11 - 5}{3} = 2$ olur.

$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 5 = a_1 + 6 \Rightarrow a_1 = -1$ dir.

Buna göre, dizinin genel terimi

$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = -1 + (n - 1) \cdot 2$

$\Rightarrow a_n = 2n - 3$ bulunur.

Yanıt C

3. $9 = \frac{3 + 15}{2}$ olduğu için 9. terim, 3. ve 15. terimlere eşit uzaklıktadır.

Buna göre, $a_9 = \frac{a_3 + a_{15}}{2} \Rightarrow a_3 + a_{15} = 2 \cdot a_9$ olur.

O halde, $\frac{3 \cdot a_9}{a_3 + a_{15}} = \frac{3 \cdot a_9}{2 \cdot a_9} = \frac{3}{2}$ bulunur.

Yanıt B

4. $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

olduğundan ilk 10 terimin toplamı

$S_{10} = \frac{10}{2}(a_1 + a_{10}) = 5(a_1 + a_{10})$ olur.

$a_n = 3 - 2n \Rightarrow a_1 = 1$ ve $a_{10} = -17$ dir.

Buna göre, $S_{10} = 5(1 - 17) = -80$ bulunur.

Yanıt E

5. Dizinin terim sayısı n olsun. Buna göre, dizinin ilk terimi 12 ise $a_1 = 12$, son terimi 63 ise $a_n = 63$ olur.

$a_n = a_1 + (n - 1)d$ olduğundan

$a_n = 12 + (n - 1) \cdot 3 = 63$

$3(n - 1) = 51$

$n = 18$ bulunur.

Yanıt D

6. $S_7 - S_6 = 28 \Rightarrow a_7 = 28$ dir.

$S_{11} - S_{10} = 44 \Rightarrow a_{11} = 44$ tür.

Buna göre, $d = \frac{a_{11} - a_7}{11 - 7} = \frac{44 - 28}{4} = 4$ bulunur.

Yanıt B

7. $2x + 1,\ 3x - 5,\ x + 7$

terimleri aritmetik dizinin ardışık terimleri ise

$3x - 5 = \frac{2x + 1 + x + 7}{2}$

olur. Buradan

$6x - 10 = 3x + 8 \Rightarrow 3x = 18$

$\Rightarrow x = 6$ bulunur.

Yanıt C

8. $a_{12} = \frac{a_8 + a_{16}}{2} \Rightarrow a_8 + a_{16} = 2a_{12}$ ve

$a_{12} = \frac{a_{10} + a_{14}}{2} \Rightarrow a_{10} + a_{14} = 2a_{12}$ olur.

Buradan $\underbrace{a_8 + \overbrace{a_{10} + a_{14}}^{2a_{12}} + a_{16}}_{2a_{12}} = 40$

$2a_{12} + 2a_{12} = 40 \Rightarrow 4a_{12} = 40$

$\Rightarrow a_{12} = 10$ bulunur.

Yanıt A

9. $8, x, y, z, 24$

terimleri aritmetik dizinin ardışık terimleri ise

$y = \frac{x + z}{2} = \frac{8 + 24}{2}$ eşitliklerini yazabiliriz.

Buradan $y = 16$ ve $x + z = 32$ bulunur.

Buna göre, $x + y + z = 16 + 32 = 48$ olur.

Yanıt E

10. Tarlanın 1. gün $a_1 = 3$

2. gün $a_2 = 3 + 2 = 5$

3. gün $a_3 = 5 + 2 = 7$

dönümü sürülür. Ardışık terimleri arasındaki farklar eşit olduğundan ilk terimi 3 ve ortak farkı 2 olan bir aritmetik dizi oluşur. Tarlanın tamamı sürüldüğünde terimler toplamı tarlanın alanına eşit olmak zorundadır. Buna göre,

$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d] \Rightarrow 80 = \frac{n}{2}[2 \cdot 3 + (n - 1) \cdot 2]$

$\Rightarrow 80 = n(n + 2)$

$\Rightarrow n^2 + 2n - 80 = 0$

$\Rightarrow (n + 10)(n - 8) = 0$

$\Rightarrow n = -10$ veya $n = 8$ olur.

$n \in N^+$ olduğundan tarlanın tamamı 8 günde sürülür.

Yanıt A

11. $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$ olduğundan

ilk 8 terim toplamı $S_8 = \frac{8}{2}[2a_1 + 7d]$

$S_8 = 8a_1 + 28d$,

ilk 10 terim toplamı $S_{10} = \frac{10}{2}[2a_1 + 9d]$

$S_{10} = 10a_1 + 45d$ olur.

$S_8 = S_{10}$ ise, $8a_1 + 28d = 10a_1 + 45d$

$-17d = 2a_1$ dir.

Buradan $\frac{a_1}{d} = -\frac{17}{2}$ bulunur.

Yanıt B

12. $a_3 = 10 \Rightarrow a_1 + 2d = 10$ dur.

$S_{12} = 246 \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}[2a_1 + 11d] = 246$

$\Rightarrow 2a_1 + 11d = 41$ dir.

$a_1 + 2d = 10$

$2a_1 + 11d = 41$

denklemleri çözüldüğünde $d = 3$ ve $a_1 = 4$ bulunur.

Yanıt C

13. Üçüncü terimi, ikinci teriminin 3 katı ise, $a_3 = 3a_2$ dır. Buradan

$a_1 + 2d = 3(a_1 + d) \Rightarrow d = -2a_1$ olur.

Buna göre, $\frac{a_{10}}{a_5} = \frac{a_1 + 9d}{a_1 + 4d} = \frac{a_1 + 9(-2a_1)}{a_1 + 4(-2a_1)}$

$= \frac{-17a_1}{-7a_1} = \frac{17}{7}$ bulunur.

Yanıt D

14. İlk terimi ortak farkına eşit olduğundan $a_1 = d$ dir.

İlk 12 terim toplamı 156 ise,

$S_{12} = \frac{12}{2}[2\underbrace{a_1}_{d} + 11d] = 156 \Rightarrow 13d = 26$

$\Rightarrow d = 2$ dir.

Buna göre, dizinin 6. terimi

$a_6 = a_1 + 5d = 2 + 5 \cdot 2 = 12$ bulunur.

Yanıt A

15. Aritmetik dizinin ortak farkı d ise üçgenin iç açılarının ölçüleri 50°, 50° + d ve 50° + 2d olur.

Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan

$50° + 50° + d + 50° + 2d = 180°$

$3d + 150° = 180°$

$3d = 30° \Rightarrow d = 10°$ olur.

Buna göre, büyük açı

$50° + 2d = 50° + 2 \cdot 10° = 70°$ bulunur.

Yanıt D

16. $a_9 = a_1 + 8d$ ve

$a_{12} = a_1 + 11d$ olur.

$a_9 + a_{12} = 20$ olduğundan

$a_1 + 8d + a_1 + 11d = 20$

$2a_1 + 19d = 20$ bulunur.

Buna göre, $S_{20} = \frac{20}{2}[2a_1 + 19d]$

$S_{20} = 10 \cdot 20 = 200$ bulunur.

Yanıt E

1. **İlk terimi 3 ve ortak farkı –2 olan bir aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 5 – 2n B) 3 – 2n C) 2 – 5n D) 3 – 5n E) 2n – 5

2. Bir (a_n) aritmetik dizisinde

$a_8 - a_5 = 7$

olduğuna göre, $a_{11} - a_5$ farkı kaçtır?

A) 7 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

3. **İlk terimi 5 ve ortak farkı 3 olan bir aritmetik dizinin kaçıncı terimi 26 dır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_6 = 19$

$a_{10} = 35$

olduğuna göre, a_{15} değeri kaçtır?

A) 42 B) 48 C) 50 D) 52 E) 55

5. Bir (a_n) aritmetik dizisinde $\forall n \in N^+$ için

$a_{n+1} = a_n + 7$ ve $a_1 = 5$

olduğuna göre, dizinin ilk 6 teriminin toplamı kaçtır?

A) 138 B) 135 C) 132 D) 130 E) 128

6. 30 ile 110 sayıları arasına bu sayılarla birlikte sonlu artan bir aritmetik dizi oluşturacak biçimde 9 sayı yerleştiriliyor.

Buna göre, bu dizinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 40 B) 42 C) 46 D) 50 E) 54

7. Bir dörtgende iç açıların ölçüleri bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En küçük açı 60° olduğuna göre, en büyük açı kaç derecedir?

A) 120 B) 110 C) 105 D) 100 E) 90

8. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_3 + a_{15} = 10$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 17 teriminin toplamı kaçtır?

A) 72 B) 80 C) 82 D) 85 E) 90

9. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_{10} + a_{14} + a_{18} + a_{22} = 56$

olduğuna göre, a_{16} değeri kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 18

10. Bir aritmetik dizide

$a_3 + a_4 + a_{12} + a_{13} = 120$

olduğuna göre, dizinin ilk 15 teriminin toplamı kaçtır?

A) 410 B) 420 C) 430 D) 440 E) 450

11. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı

$S_n = 2n^2 + 10n$

olduğuna göre, bu dizinin 3. terimi kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

12. Bir (a_n) aritmetik dizisinde

$a_4 = 13$ ve $a_{15} = 27$

olduğuna göre, $a_7 + a_{12}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 40 B) 36 C) 35 D) 34 E) 32

13. Bir aritmetik dizide

$a_3 = 1$ ve $a_{15} = 25$

olduğuna göre, bu dizinin kaçıncı terimi 45 tir?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

14. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n teriminin toplamı

$S_n = n^2 + 3n$

olduğuna göre, bu dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2n – 3 B) 2n – 1 C) 2n + 1 D) 2n + 2 E) 2n + 3

15. (a_n) aritmetik dizisinde

$$\sum_{k=1}^{5} a_k = 30$$

olduğuna göre, a_3 değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. Bir aritmetik dizinin ilk 16 teriminin toplamı, ilk 8 teriminin toplamının 3 katıdır.

Buna göre, bu dizinin ilk 10 teriminin toplamı ortak farkının kaç katıdır?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 60 E) 90

1 A 2 D 3 C 4 E 5 B 6 C 7 A 8 D 9 C 10 E 11 B 12 A 13 D 14 D 15 C 16 E

1. İlk terimi 4, ortak farkı 5 ve son terimi 64 olan bir aritmetik dizinin terim sayısı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

(1968)

2. Bir aritmetik dizinin üçüncü terimi 7, yedinci terimi 15 tir.

Bu dizinin ortak farkı kaçtır?

A) –2 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

(1974)

3. Bir aritmetik dizide ilk terim 1 dir. İlk 15 terimin toplamı ile ilk 10 terimin toplamının farkı 185 tir.

Buna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) $\frac{16}{5}$ B) $\frac{37}{5}$ C) $\frac{37}{4}$ D) 2 E) 3

(1978)

4. Bir aritmetik dizinin 8. terimi a olduğuna göre, 2. ve 14. terimleri toplamı nedir?

A) 3a B) 2a C) a D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a}{3}$

(ÖYS 1990)

5. Yaşları toplamı 48 olan 6 kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En küçük kardeş 3 yaşında olduğuna göre, en büyük kardeşin yaşı kaçtır?

A) 9 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

(ÖYS 1994)

karekök

1 D 2 E 3 E 4 B 5 B

BÖLÜM 5

Geometrik Dizi

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Geometrik diziyi tanımlar.
2. Herhangi iki terimi verilen bir geometrik dizinin ortak çarpanını ve başka bir terimini bulur.
3. a ve b gibi iki gerçel sayı arasına n tane terim yerleştirilerek oluşturulan bir geometrik dizinin ortak çarpanını bulur.
4. Bazı terimleri verilen geometrik dizilerin başka terimlerini ve ortak çarpanını bulur.
5. Bir geometrik dizide her terimin karesinin kendisine eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımına eşit olduğunu kavratır.
6. Sonlu bir geometrik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımının eşit olduğunu kavratır.
7. Bir geometrik dizide ilk n terim toplamını bulur.
8. İlk n terim toplamı verilen bir geometrik dizinin herhangi bir terimini bulur.
9. Geometrik dizinin ilk n terim toplamı ile ilgili uygulamalar yapar.
10. Bir dizinin hem aritmetik hem de geometrik dizi olma durumunu inceler.
11. Geometrik dizi modeli olan problemler çözer.

köşetaşı

İlk terimi $\frac{1}{8}$ ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin yedinci terimini ve genel terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Ardışık her iki terimi arasındaki oran eşit olan diziye geometrik dizi denir.

Yani $\forall n \in N^+$ ve $r \in R - \{0\}$ için

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = ... = \frac{a_{n+1}}{a_n} = r$$

ise (a_n) bir geometrik dizidir. r gerçel sayısına geometrik dizinin ortak çarpanı denir.

İlk terimi a_1 ve ortak çarpanı r olan bir geometrik dizide

$a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 \cdot r$

$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$

$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^3$

$\vdots$

$a_n = a_{n-1} \cdot r = a_1 \cdot r^{n-1}$ olur.

Köşetaşının çözümü:

Verilenlerden $a_1 = \frac{1}{8}$ ve $r = 2$ dir.

Geometrik dizinin genel terimi $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ olduğundan

genel terimi $a_n = \frac{1}{8} \cdot 2^{n-1} = \frac{2^{n-1}}{2^3} = 2^{n-4}$ ve

yedinci terimi $a_7 = \frac{1}{8} \cdot 2^{7-1} = \frac{2^6}{2^3} = 2^3 = 8$ bulunur.

ÖRNEĞİN

• $(a_n) = (2^n)$ dizisinde

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2$$

olduğundan (a_n), geometrik dizidir.

• $(b_n) = (n!)$ dizisinde

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{(n+1)!}{n!} = n+1 \text{ olur.}$$

n + 1 sabit sayı olmadığından (b_n) geometrik dizi değildir.

GENEL TERİM

İlk terimi a_1 ve ortak çarpanı r olan (a_n) geometrik dizisinin genel terimi

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ olur.}$$

1. **İlk terimi 5 ve ortak çarpanı 3 olan bir geometrik dizinin ikinci terimi kaçtır?**

A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

2. Ortak çarpanı $\frac{2}{3}$ olan bir geometrik dizide $a_1 = 1$ dir.

Buna göre, bu dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ B) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$ C) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

D) $\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ E) $\left(\frac{3}{2}\right)^{n}$

3. **İlk terimi 3 ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin beşinci terimi kaçtır?**

A) 96 B) 72 C) 48 D) 42 E) 36

4. Bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_4 = 27 \cdot a_1$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

karekök

D | A | C | B

köşetaşı

Üçüncü terimi 6 ve yedinci terimi 96 olan pozitif terimli bir geometrik dizinin ortak çarpanını ve onuncu terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir geometrik dizinin k.terimi a_k ve p. terimi a_p ise,

∘ $a_k = a_p \cdot r^{k-p}$ ve

∘ dizinin ortak çarpanı $r^{k-p} = \frac{a_k}{a_p}$ olur.

Örneğin, $a_5 = a_3 \cdot r^2$,

$a_{10} = a_7 \cdot r^3$ olur.

Köşetaşının çözümü:

Verilenlerden $a_3 = 6$ ve $a_7 = 96$ dır.

Buna göre, $r^{7-3} = \frac{a_7}{a_3} = \frac{96}{6}$

$r^4 = 16 \Rightarrow r = 2$ olur. ((a_n) pozitif terimli olduğu için $r = -2$ olamaz.)

∘ $a_{10} = a_7 \cdot r^{10-7}$ olduğundan $a_{10} = 96 \cdot 2^3 = 768$ bulunur.

FORMÜL EZBERLEMEDEN ÇÖZELİM

$a_3 = 6 \Rightarrow a_3 = a_1 \cdot r^2 = 6$ ve $a_7 = 96 \Rightarrow a_7 = a_1 \cdot r^6 = 96$ olur.

Bu iki denklemi oranlarsak $\frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 \cdot r^6}{a_1 \cdot r^2} = \frac{96}{6} \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = 2$ olur.

$a_3 = a_1 r^2 = 6 \Rightarrow a_1 \cdot 2^2 = 6 \Rightarrow a_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ olur.

Buna göre, dizinin 10. terimi $a_{10} = a_1 \cdot r^9 = \frac{3}{2} \cdot 2^9 = 768$ bulunur.

1. **Beşinci terimi 12 ve sekizinci terimi 96 olan bir geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

2. **(a_n) geometrik dizisinde dördüncü terim $\frac{2}{27}$ ve ortak çarpan 3 olduğuna göre, dizinin yedinci terimi kaçtır?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) 9

3. (a_n) geometrik dizisinde

$a_4 = 32$ ve $a_7 = 4$

olduğuna göre, bu dizinin onuncu terimi kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

4. Bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 = \frac{2}{9}$ ve $a_6 = \frac{2}{243}$

olduğuna göre, bu dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \cdot 3^{1-n}$ B) $2 \cdot 3^{n-1}$ C) 3^{n-1}

D) $5 \cdot 2^{1-n}$ E) $5 \cdot 2^{n-1}$

karekök

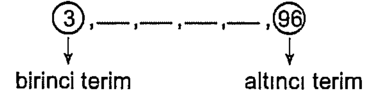
C | D | B | A

köşetaşı

3 ile 96 arasına uygun olan 4 tam sayı yerleştirilerek 6 tam sayıdan oluşan artan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Buna göre, bu dizinin ikinci terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm



3 ile 96 arasına 4 sayı yerleştirildiğinden dizinin birinci terimi $a_1 = 3$ ve altıncı terimi $a_6 = 96$ olur.

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ olduğundan $a_6 = a_1 \cdot r^5 = 96$

$3 \cdot r^5 = 96$

$\Rightarrow r^5 = 32$

$\Rightarrow r = 2$ olur.

Buna göre, dizinin ikinci terimi

$a_2 = a_1 \cdot r = 3 \cdot 2 = 6$ bulunur.

1. 2 ile 162 sayıları arasına uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan pozitif terimli artan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Buna göre, bu dizinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 6 B) 18 C) 20 D) 24 E) 54

2. 2 ile 128 sayıları arasına bu sayılarla birlikte pozitif terimli sonlu bir geometrik dizi oluşturacak biçimde 5 tane sayı yerleştiriliyor.

Buna göre, bu 5 sayının toplamı kaçtır?

A) 124 B) 120 C) 118 D) 112 E) 110

3. $\frac{1}{9}$ ve 81 bir geometrik dizinin iki terimidir.

Bu iki sayı arasında 11 terim olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[8]{3}$ B) $\sqrt[6]{3}$ C) $\sqrt[4]{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) 3

4.

3	a	b	c	48

Yukarıda verilen kutulardaki ardışık pozitif sayılar arasındaki oranlar birbirine eşittir.

Buna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) 38 B) 40 C) 42 D) 44 E) 46

köşetaşı

Bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_7 - a_5 = 144$

$a_4 - a_2 = 18$

olduğuna göre, bu dizinin ilk terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ olduğundan $a_2 = a_1 \cdot r$, $a_4 = a_1 \cdot r^3$, $a_5 = a_1 \cdot r^4$ ve $a_7 = a_1 \cdot r^6$ olur.

Bu değerleri verilen eşitliklerde yerine yazıp düzenleyelim.

- $a_7 - a_5 = 144 \Rightarrow a_1 \cdot r^6 - a_1 \cdot r^4 = 144$

  $\Rightarrow a_1 \cdot r^4 (r^2 - 1) = 144$ ....(1)

- $a_4 - a_2 = 18 \Rightarrow a_1 \cdot r^3 - a_1 \cdot r = 18$

  $\Rightarrow a_1 \cdot r(r^2 - 1) = 18$ ....(2)

(1) ve (2) denklemlerini oranlarsak

$$\frac{a_1 \cdot r^4(r^2-1)}{a_1 \cdot r(r^2-1)} = \frac{144}{18} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \text{ olur.}$$

r = 2 değerini (2). denklemde yerine yazarsak

$a_1 \cdot r(r^2 - 1) = 18 \Rightarrow a_1 \cdot 2(2^2 - 1) = 18 \Rightarrow a_1 = 3$ bulunur.

1. Genel terimi a_n olan bir geometrik dizide

$a_2 + a_5 = 135$

$a_5 + a_8 = 5$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 3

2. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde

$a_8 - a_5 = 108$

$a_{10} - a_7 = 36$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

3. (a_n) geometrik dizisinde

$a_5 + a_7 = 120$

$a_6 + a_8 = 240$

olduğuna göre, bu dizinin ikinci terimi kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 3 E) 4

4. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$\frac{a_2}{a_5} = \frac{1}{8}$ ve $a_3 + a_6 = 18$

olduğuna göre, bu dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{n+2} B) 2^{n+1} C) 2^n D) 2^{n-1} E) 2^{n-2}

köşetaşı

Bir geometrik dizinin ilk üç terimi sırasıyla

$x-1, \quad x+1, \quad x+4$

olduğuna göre, bu dizinin beşinci terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir geometrik dizide herhangi bir terimin karesi kendisinden eşit uzaklıktaki iki terimin çarpımına eşittir. Yani

$a_n^2 = a_{n-k} \cdot a_{n+k} \quad (k < n)$ olur.

Örneğin, $a_2^2 = a_1 \cdot a_3$

$a_5^2 = a_2 \cdot a_8 = a_3 \cdot a_7$ diyebiliriz.

Köşetaşının çözümü:

Terimler geometrik dizi oluşturduğundan ortadaki terimin karesi diğer iki terimin çarpımına eşittir. Buna göre,

$(x+1)^2 = (x-1)\cdot(x+4) \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x - 4$

$\Rightarrow x = 5$ olur.

$a_1 = x - 1 = 5 - 1 = 4$ ve $a_2 = x + 1 = 5 + 1 = 6$ olduğundan

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ve

$a_5 = a_1 \cdot r^4 = 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{4}$ bulunur.

BİR ÖRNEK DAHA

Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde

$a_2 = 4$ *ve* $a_8 = 9$

olduğuna göre, a_5 kaçtır?

Çözüm:

$5 = \frac{2+8}{2}$ *olduğundan* a_5, a_2 *ile* a_8 *e eşit uzaklıktadır.*

Buna göre, $a_5^2 = a_2 \cdot a_8$

$a_5^2 = 4 \cdot 9 = 36$

$a_5 = 6$ *bulunur.*

1. Bir geometrik dizinin ilk üç terimi sırasıyla

$a-2, \ a+1, \ a+6$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 6 C) $\frac{13}{2}$ D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{17}{2}$

2. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 = 2$ ve $a_{11} = 8$

olduğuna göre, a_7 değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. (a_n) geometrik dizisinde

$a_8 = 4$

$a_3 \cdot a_{13} = 5x + 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. **Üçüncü terimi 4 ve beşinci terimi 8 olan bir geometrik dizinin yedinci terimi kaçtır?**

A) 16 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

karekök

C C B A

köşetaşı

(a_n) geometrik dizisinde

$a_3 \cdot a_7 = 3$

olduğuna göre, $a_1 \cdot a_2 \cdot a_8 \cdot a_9$ çarpımının değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Sonlu bir geometrik dizide, baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımı birbirine eşittir. Yani

$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = ...$ olur.

Örneğin, bir geometrik dizide 3. terim ile 10. terimin çarpımı, 5. terim ile 8. terimin çarpımı eşittir. (Çünkü 3 + 10 = 5 + 8 dir.)

Köşetaşının çözümü:

3 + 7 = 1 + 9 = 2 + 8 olduğundan yukarıda verdiğimiz özellikten

$a_3 \cdot a_7 = a_1 \cdot a_9 = a_2 \cdot a_8$ olur.

Buna göre, $a_1 \cdot a_9 = 3$ ve $a_2 \cdot a_8 = 3$ olduğundan

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_8 \cdot a_9 = 3 \cdot 3 = 9$ bulunur.

ÖRNEĞİN

$\frac{1}{2}$*, a, b, 16 terimleri geometrik dizi oluşturuyorsa*

$\frac{1}{2} \cdot 16 = a \cdot b$ *dir.*

1. Bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_7 = 4$ ve $a_{21} = 12$

olduğuna göre, $a_9 \cdot a_{19}$ çarpımının değeri kaçtır?

A) 16 B) 20 C) 28 D) 32 E) 48

2. Bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_{13} = 6$ ve $a_{10} \cdot a_{15} = 24$

olduğuna göre, a_{12} değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. Sonlu bir geometrik dizide

$a_3 \cdot a_{17} = \sqrt{3}$

olduğuna göre, $a_5 \cdot a_8 \cdot a_{12} \cdot a_{15}$ çarpımının değeri kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

4. 2, a, b, c, 72

sayıları sırasıyla pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık beş terimidir.

Buna göre, a·c – b işleminin sonucu kaçtır?

A) 120 B) 124 C) 130 D) 132 E) 140

karekök

E B A D

köşetaşı

İlk terimi $\frac{1}{8}$ ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin ilk 6 teriminin toplamını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r} \quad \text{dir.}$$

Köşetaşının çözümü:

Soruda $a_1 = \frac{1}{8}$ ve $r = 2$ olduğu verilmiştir.

$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ olduğundan ilk 6 terimin toplamı

$$S_6 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1-2^6}{1-2}$$

$$S_6 = \frac{1}{8} \cdot 63 = \frac{63}{8} \text{ bulunur.}$$

İSPATLAYALIM

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$

$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + ... + a_1r^{n-1}$

$S_n = a_1(1 + r + r^2 + ... + r^{n-1})$

$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ *olur.*

1. **İlk terimi 4 ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin ilk beş teriminin toplamı kaçtır?**

A) 124 B) 128 C) 130 D) 132 E) 136

2. (a_n) geometrik dizisinde $a_2 = \frac{1}{4}$ ve ortak çarpan $r = \frac{1}{2}$ dir.

Buna göre, bu dizinin ilk yedi teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{125}{128}$ D) $\frac{127}{128}$ E) $\frac{128}{127}$

3. **Ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin ilk beş teriminin toplamı 155 olduğuna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 = 18$ ve $a_5 = 162$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 10 teriminin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{10} - 2$ B) $3^{10} - 1$ C) $3^9 - 2$ D) $3^9 - 1$ E) $3^8 - 1$

A | D | C | B

köşetaşı

Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı

$S_n = 2^n - 1$

olduğuna göre, bu dizinin dördüncü terimini ve genel terimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- Dizinin dördüncü terimi ilk dört terim toplamından ilk üç terim toplamı çıkarılarak bulunur. Yani

  $a_4 = S_4 - S_3$

  ile hesaplanır.

  $S_n = 2^n - 1$ olduğundan

  $a_4 = S_4 - S_3 = (2^4 - 1) - (2^3 - 1)$

  $a_4 = 8$ bulunur.

- Benzer şekilde dizinin a_n genel terimini bulmak için ilk n terim toplamından ilk (n – 1) terim toplamını çıkarmalıyız. Yani

  $a_n = S_n - S_{n-1}$

  olduğundan $a_n = (2^n - 1) - (2^{n-1} - 1)$

  $a_n = 2^n - 2^n \cdot 2^{-1} = 2^n\left(1 - \frac{1}{2}\right)$

  $a_n = 2^n \cdot \frac{1}{2} = 2^{n-1}$ bulunur.

HATIRLAYALIM

- $a^{x-y} = a^x \cdot a^{-y}$ *dir.*

  Örneğin, $2^{x-3} = 2^x \cdot 2^{-3}$ *olur.*

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ *dir.*

  Örneğin, $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$,

  $5^{-1} = \frac{1}{5}$ *tir.*

1. – 4. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.

Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı

$S_n = 2 \cdot (3^n - 1)$ dir.

1. **Bu dizinin ilk terimi kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. **Bu dizinin ilk 5 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 320 B) 324 C) 424 D) 460 E) 484

3. **Dizinin beşinci terimi kaçtır?**

A) 320 B) 324 C) 424 D) 460 E) 484

4. **Dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3^{n-1} B) $2 \cdot 3^{n-2}$ C) $2 \cdot 3^{n-1}$ D) $4 \cdot 3^{n-1}$ E) $4 \cdot 3^{n-2}$

A | E | B | D

köşetaşı

Bir geometrik dizinin ilk altı terim toplamının ilk üç terim toplamına oranı 28 dir.

Buna göre, bu dizinin ortak çarpanını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Dizinin ilk altı terim toplamının ilk üç terim toplamına oranı 28 ise,

$\frac{S_6}{S_3} = 28$ olur.

$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ olduğundan

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{a_1 \cdot \frac{1-r^6}{1-r}}{a_1 \cdot \frac{1-r^3}{1-r}} = 28$$

$$\frac{1-r^6}{1-r^3} = 28$$

$$\frac{(1-r^3)(1+r^3)}{1-r^3} = 28 \Rightarrow 1 + r^3 = 28$$

$$\Rightarrow r^3 = 27$$

$$\Rightarrow r = 3 \text{ bulunur.}$$

HATIRLAYALIM

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ dır.

Örneğin, $1 - r^6 = 1^2 - (r^3)^2$

$= (1-r^3)(1+r^3)$

olur.

1. **Artan bir geometrik dizide ilk altı terim toplamının ilk üç terim toplamına oranı 9 olduğuna göre, ortak çarpanı kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. Pozitif terimli geometrik dizinin 8 teriminin toplamının ilk dört terimin toplamına oranı 82 dir.

Buna göre, bu dizinin r ortak çarpanı kaçtır?

A) 9 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

3. Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n dir.

$$S_{10} = \frac{33}{32} \cdot S_5$$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 5 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$

4. Pozitif terimli bir geometrik dizinin ilk üç teriminin toplamı ilk teriminin 7 katıdır.

Buna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

karekök

A | D | C | B

köşetaşı

a ile b sıfırdan farklı birer gerçel sayıdır.

a + b, 3ab, a^2b

terimleri hem aritmetik hem de geometrik bir dizinin ardışık terimleri olduğuna göre, a – b farkını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Hem aritmetik hem de geometrik dizi olma özelliğini sağlayan dizi sabit dizidir.

Sabit dizinin bütün terimleri eşit olduğundan

$a + b = 3ab = a^2b$

olmalıdır.

Buna göre,

- $3ab = a^2b \Rightarrow a = 3$ tür.
- $a + b = 3ab \Rightarrow 3 + b = 3 \cdot 3 \cdot b$
  $\Rightarrow 3 = 8b \Rightarrow b = \frac{3}{8}$ tür.

O halde, $a - b = 3 - \frac{3}{8} = \frac{21}{8}$ bulunur.

1. a ve b sıfırdan farklı birer gerçel sayıdır.

a^2b, 2ab, a – b

terimleri hem aritmetik hem de geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, b kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) 2 E) 5

2. x – y, 2x – 3, 7

terimleri hem aritmetik hem de geometrik dizinin ardışık 3 terimidir.

Buna göre, x · y çarpımı kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) 6 E) 10

3. x ve y sıfırdan farklı birer gerçel sayı olmak üzere,

$(x + 2y,\ 4x^2y,\ x^3y)$

dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi olduğuna göre, y kaçtır?

A) 5 B) 4 C) $\frac{4}{31}$ D) $\frac{3}{31}$ E) $\frac{2}{31}$

4. (a – b, 2a – 7, 2b + 3)

dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi özelliğini sağladığına göre, a · b çarpımı kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

karekök

B | A | E | D

köşetaşı

Bir otomobil, her saat bir önceki saatte aldığı yolun $\frac{3}{4}$ ü kadar yol almaktadır. Bu otomobil hareketinin ilk saatinde 60 km yol almıştır.

Buna göre,

a) Otomobil hareketinin 4. saatinde kaç km yol almıştır?

b) Otomobil 4 saat sonra toplam kaç km yol almıştır?

açıklamalı çözüm

Otomobil ilk saat $a_1 = 60$ km

ikinci saat $a_2 = 60 \cdot \frac{3}{4} = 45$ km

üçüncü saat $a_3 = 45 \cdot \frac{3}{4} = \frac{135}{4}$ km yol almaktadır.

Ardışık terimler arasındaki oranlar eşit olduğundan otomobilin hareketi bir geometrik dizi modelidir. Bu geometrik dizinin ilk terimi $a_1 = 60$ ve ortak çarpanı $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ tür.

a) Bizden istenen geometrik dizinin 4. terimi (a_4) tür.

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow a_4 = 60 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{405}{16} \text{ olur.}$$

b) Otomobilin 4 saat sonunda aldığı toplam yol S_4 tür.

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_4 = 60 \cdot \frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^4}{1-\frac{3}{4}} = 60 \cdot 4 \cdot \left(1-\frac{81}{256}\right) = \frac{2625}{16}$$

1. 64 metre yükseklikten bırakılan bir top, her defasında bir önceki düşüş yüksekliğinin $\frac{3}{4}$ ü kadar yükseliyor.

Buna göre, top yere üçüncü vuruşundan sonra kaç metre yükselir?

A) 20 B) 24 C) 27 D) 30 E) 36

2. Bir kültürdeki bakteri sayısı her 1 saatlik süre sonunda 3 katına çıkmaktadır.

Başlangıçta 27 tane bakterinin bulunduğu bu kültürde 20 saatin sonunda kaç bakteri olur?

A) 3^{22} B) 3^{23} C) 3^{24} D) 3^{25} E) 3^{26}

3. Kemal, her gün bir önceki gün okuduğu sayfa sayısının $\frac{1}{2}$ si kadar kitap okumaktadır.

Kemal, ilk gün 32 sayfa kitap okuduğuna göre, 5. günün sonunda toplam kaç sayfa kitap okumuştur?

A) 80 B) 74 C) 70 D) 65 E) 62

karekök

4. Yıllık 36 bin TL ile bir işe başlayan Ahmet'in maaşı her yıl $\frac{1}{4}$ oranında artırılmıştır.

Tam 4 yıl sonra bu işten ayrılan Ahmet çalıştığı süre boyunca toplam kaç TL almıştır?

A) $\frac{3321}{16}$ B) $\frac{3317}{16}$ C) $\frac{3313}{16}$ D) $\frac{383}{8}$ E) $\frac{381}{8}$

C B E A

1. Birinci terimi $\frac{1}{9}$ ve ortak çarpanı 3 olan bir geometrik dizinin onuncu terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3^6 B) 3^7 C) 3^8 D) 3^9 E) 3^{10}

2. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_4 = 5$

$a_8 = 80$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\frac{1}{16}$ ile 2 sayıları arasına uygun olan 4 sayı yerleştirilerek sonlu artan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Buna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

4. Bir (a_n) geometrik dizisinde

$\frac{a_5}{a_2} = 8$ ve $a_3 = 12$

olduğuna göre, a_4 değeri kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

karekök

5. $a-1,\ a+3,\ a+8$

terimleri sırasıyla bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, a değeri kaçtır?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

6. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_2 = 4$, $a_5 = 3$ ve $a_{10} = 9$

olduğuna göre, a_7 değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

7. **İlk terimi 6 ve ortak çarpanı 3 olan bir geometrik dizinin ilk 10 teriminin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3^9 - 4$ B) $3^{10} - 1$ C) $3^{10} - 3$ D) $3^{11} - 1$ E) $3^{11} - 3$

8. İlk n teriminin toplamı

$S_n = 5^n - 1$

olan bir geometrik dizinin ikinci terimi kaçtır?

A) 21 B) 20 C) 14 D) 8 E) 6

9. Pozitif terimli bir geometrik dizinin ilk 4 teriminin toplamı, ilk 2 teriminin toplamının 10 katıdır.

Buna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

10. $2a + b,\ 5,\ 3a - 1$

terimleri hem aritmetik hem de geometrik dizinin ardışık terimleri olduğuna göre, b kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

11. 64 metre yükseklikten bırakılan bir top, yere vuruşundan sonra bir önceki düşüş yüksekliğinin $\frac{1}{2}$ si kadar yükselmektedir.

Buna göre, top yere dördüncü vuruşundan sonra kaç metre yükselir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
B	A	C	E	A	D	E	B	D	A	E

1. Genel terimi

$a_n = 2^{n-1}$

olan bir geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

2. (a_n) geometrik dizisinde, ilk beş terimin çarpımı 243 tür.

Buna göre, a_3 değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. $a, \frac{2}{5}, b, c, 10, d$

terimleri sırasıyla bir geometrik dizinin ardışık altı terimidir.

Buna göre, $a \cdot d + b \cdot c$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

4. **$\sqrt{2}$ ile $\sqrt{32}$ sayıları arasına aşağıdaki sayılardan hangisi yerleştirilirse bir geometrik dizi oluşur?**

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 8

5. **İlk terimi 5 ve ilk üç teriminin toplamı 35 olan pozitif terimli bir geometrik dizinin üçüncü terimi kaçtır?**

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

6. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$$\frac{a_5 + a_4}{a_6 - a_4} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

karekök

7. İlk terimi x ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n dir.

$S_{2k} = 17 \cdot S_k$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. x, 5, y bir aritmetik dizinin ilk üç terimi, x, 4, y ise bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

A) 68 B) 70 C) 72 D) 74 E) 76

9. a pozitif gerçel sayı olmak üzere,

2, a, b, 30

sayı dizisinde ilk üç terim geometrik dizi, son üç terim aritmetik dizi oluşturmaktadır.

Buna göre, a – b farkı kaçtır?

A) –4 B) –6 C) –8 D) –10 E) –12

10. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 + a_5 = 12$

$a_7 - a_3 = 60$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{6}$ C) 2 D) 3 E) 4

11. (a_n) geometrik dizisinin ilk n teriminin çarpımı P_n dir.

$\frac{P_{10}}{P_9} = 2$

olduğuna göre, a_{10} değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 4

12. Genel terimi

$a_n = 2^{n+1}$

olan bir geometrik dizinin ilk 10 teriminin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4(2^{11} - 1)$ B) $4(2^{10} - 1)$ C) $2(2^{11} - 1)$ D) $2(2^{10} - 1)$ E) $2^{10} - 1$

13. Pozitif terimli bir geometrik dizide dokuzuncu terim 3, üçüncü terim 12 olduğuna göre, altıncı terim kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

14. $a_1 = 3$ ve her $n \in Z^+$ için

$a_{n+1} = 2a_n$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin beşinci terimi kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 42 E) 48

15. Beşinci terimi x ve yirmibirinci terimi y olan bir geometrik dizinin otuzyedinci terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{y}$ B) $\frac{y}{x}$ C) $\frac{y}{x^2}$ D) $\frac{y^2}{x}$ E) $\frac{y^2}{x^2}$

16. Genel terimi a_n olan pozitif terimli bir geometrik dizide

$\frac{a_5}{a_8} = \frac{1}{8}$ ve $a_1 + a_3 = 20$

olduğuna göre, a_4 değeri kaçtır?

A) 28 B) 32 C) 40 D) 48 E) 50

karekök

1 B 2 D 3 C 4 A 5 E 6 C 7 D 8 A 9 E 10 B 11 D 12 B 13 A 14 E 15 D 16 B

1. Geometrik dizide ortak çarpan

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = ...$

olur.

$a_n = 2^{n-1}$ ise, $a_1 = 1$ ve $a_2 = 2$ dir.

Buna göre,

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2$ bulunur.

Yanıt B

2. İlk 5 terimin çarpımı 243 ise,

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 243$ olur.

Geometrik dizide, her terimin karesi kendisinden eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımına eşit olduğundan

$a_3^2 = a_1 \cdot a_5 = a_2 \cdot a_4$ olur.

Buna göre,

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 243$

a_3^2

a_3^2

$a_3^2 \cdot a_3^2 \cdot a_3 = 243 \Rightarrow a_3^5 = 243 = 3^5$

$\Rightarrow a_3 = 3$ bulunur.

Yanıt D

3. Sonlu bir geometrik dizide, baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımı eşit olduğundan

a, $\frac{2}{5}$, b, c, 10, d

$a \cdot d = \frac{2}{5} \cdot 10 = b \cdot c$ olur.

Buradan $a \cdot d = 4$ ve $b \cdot c = 4$ bulunur.

Buna göre, $a \cdot d + b \cdot c = 4 + 4 = 8$ olur.

Yanıt C

4. $\sqrt{2}$ ile $\sqrt{32}$ sayıları arasına x yerleştirilsin.

$\sqrt{2}$, x, $\sqrt{32}$

terimleri geometrik dizi oluşturuyorsa

$x^2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} \Rightarrow x^2 = \sqrt{64}$

$\Rightarrow x^2 = 8$

$\Rightarrow x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ bulunur.

Yanıt A

5. Soruda $a_1 = 5$ ve $S_3 = 35$ olduğu verilmiştir.

$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} \Rightarrow S_3 = 5 \cdot \frac{1 - r^3}{1 - r}$

$\Rightarrow 35 = 5 \cdot \frac{(1 - r)(1 + r + r^2)}{1 - r}$

$\Rightarrow 7 = 1 + r + r^2$

$\Rightarrow r^2 + r - 6 = 0$

$\Rightarrow (r + 3)(r - 2) = 0$

$\Rightarrow r = 2$ olur.

(Dizinin terimleri pozitif olduğundan r = –3 olamaz.)

Buna göre, $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow$

$a_3 = 5 \cdot 2^{3-1}$

$a_3 = 20$ bulunur.

Yanıt E

6. $a_4 = a_1 r^3$,

$a_5 = a_1 r^4$,

$a_6 = a_1 r^5$

olduğundan

$\frac{a_5 + a_4}{a_6 - a_4} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a_1 r^4 + a_1 r^3}{a_1 r^5 - a_1 r^3} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{a_1 r^3 (r + 1)}{a_1 r^3 (r^2 - 1)} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{r + 1}{r^2 - 1} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{r + 1}{(r + 1)(r - 1)} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow r - 1 = 3 \Rightarrow r = 4$ bulunur.

Yanıt C

karekök

7. Soruda $a_1 = x$ ve $r = 2$ olduğu verilmiştir.

$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_{2k} = x \cdot \frac{1-2^{2k}}{1-2} = x(2^{2k}-1)$ ve

$S_k = x \cdot \frac{1-2^k}{1-2} = x(2^k-1)$ olur.

$S_{2k} = 17 \cdot S_k \Rightarrow x \cdot (2^{2k}-1) = 17 \cdot x \cdot (2^k-1)$

$\Rightarrow (2^k-1)(2^k+1) = 17 \cdot (2^k-1)$

$\Rightarrow 2^k+1 = 17$

$\Rightarrow 2^k = 16 \Rightarrow k = 4$ bulunur.

Yanıt D

8. x, 5, y aritmetik dizinin ilk 3 terimi ise

$5 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 10$ olur.

x, 4, y bir geometrik dizinin ardışık 3 terimi ise

$4^2 = x \cdot y \Rightarrow x \cdot y = 16$ olur.

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ olduğundan

$x^2 + y^2 = 10^2 - 2 \cdot 16 = 68$ bulunur.

Yanıt A

9. 2, a, b, 30 sayı dizisinde

- ilk 3 terim (2, a, b) geometrik dizi ise $a^2 = 2 \cdot b$ dir.
- son 3 terim (a, b, 30) aritmetik dizi ise

$b = \frac{a+30}{2} \Rightarrow 2b = a + 30$ dur.

$a^2 = 2b$ eşitliğini $2b = a + 30$ ifadesinde yerine yazıp denklemi çözelim.

$2b = a + 30 \Rightarrow a^2 = a + 30$

$\Rightarrow a^2 - a - 30 = 0$

$\Rightarrow (a-6)(a+5) = 0$

$\Rightarrow a = 6$ olur.

$a^2 = 2b \Rightarrow 6^2 = 2 \cdot b \Rightarrow b = 18$ olur.

Buna göre, $a - b = 6 - 18 = -12$ bulunur.

Yanıt E

10. $a_3 = a_1r^2$, $a_5 = a_1r^4$ ve $a_7 = a_1r^6$ dır.

- $a_3 + a_5 = 12 \Rightarrow a_1r^2 + a_1r^4 = 12$

$\Rightarrow a_1r^2(1 + r^2) = 12$ olur.

- $a_7 - a_3 = 60 \Rightarrow a_1r^6 - a_1r^2 = 60$

$\Rightarrow a_1r^2(r^4 - 1) = 60$ olur.

Bu iki denklemi oranlarsak

$\frac{a_7 - a_3}{a_3 + a_5} = \frac{60}{12} \Rightarrow \frac{a_1r^2(r^4-1)}{a_1r^2(1+r^2)} = \frac{60}{12}$

$\Rightarrow \frac{r^4-1}{r^2+1} = 5$

$\Rightarrow \frac{(r^2-1)(r^2+1)}{r^2+1} = 5$

$\Rightarrow r^2 - 1 = 5 \Rightarrow r^2 = 6 \Rightarrow r = \sqrt{6}$

bulunur.

Yanıt B

11. P_n, geometrik dizinin ilk n terim çarpımı ise

$P_{10} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_9 \cdot a_{10}$ ve

$P_9 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_9$ olur.

$\frac{P_{10}}{P_9} = 2 \Rightarrow \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_9 \cdot a_{10}}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_9} = 2$

$\Rightarrow a_{10} = 2$ bulunur.

Yanıt D

12. Geometrik dizinin genel terimi

$a_n = 2^{n+1}$

ise, $a_1 = 2^2 = 4$ ve $a_2 = 2^3 = 8$ dir.

Buradan $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{4} = 2$ bulunur.

$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ olduğundan ilk 10 terimin toplamı

$S_{10} = 4 \cdot \frac{1-2^{10}}{1-2} = 4(2^{10}-1)$ bulunur.

Yanıt B

karekök

13. Soruda $a_9 = 3$ ve $a_3 = 12$ olduğu verilmiş.

Geometrik dizide a_6 terimi a_3 ile a_9 a eşit uzaklıkta olduğundan

$a_6^2 = a_3 \cdot a_9$

$a_6^2 = 3 \cdot 12$

$a_6^2 = 36 \Rightarrow a_6 = 6$ bulunur.

Yanıt A

14. $a_{n+1} = 2a_n \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ dir.

Ardışık terimler arasındaki oran sabit sayı olduğundan (a_n) geometrik dizidir ve ortak çarpanı

$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ dir.

Buna göre, bu dizinin beşinci terimi

$a_5 = a_1 \cdot r^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$ bulunur.

Yanıt E

15. Soruda $a_5 = x$ ve $a_{21} = y$ olduğu verilmiştir.

21. terimin 5. ve 37. terimlere olan uzaklıkları eşit olduğundan

$a_{21}^2 = a_5 \cdot a_{37} \Rightarrow y^2 = x \cdot a_{37}$

$\Rightarrow a_{37} = \frac{y^2}{x}$ bulunur.

Yanıt D

16. $\frac{a_5}{a_8} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{a_1r^4}{a_1r^7} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{r^3} = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$ dir.

$a_1 + a_3 = 20 \Rightarrow a_1 + a_1r^2 = 20$

$\Rightarrow a_1 + 4a_1 = 20$

$\Rightarrow a_1 = 4$ tür.

Buna göre, $a_4 = a_1r^3 = 4 \cdot 2^3 = 32$ bulunur.

Yanıt B

karekök

KONU TESTİ - 2

1. (a_n) geometrik dizisinde

$a_1 = 5$

$a_4 = 135$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Genel terimi

$a_n = 2 \cdot 3^{n-2}$

olan geometrik dizinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

3. Ortak çarpanı 5 olan bir geometrik dizinin altıncı terimi üçüncü teriminin kaç katıdır?

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 25 E) 125

4. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde

$a_1 = 4$

$a_5 = \frac{1}{16}$

olduğuna göre, a_3 değeri kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

5. $2-\sqrt{2}$, a, $2+\sqrt{2}$

sayıları sırasıyla pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık 3 terimidir.

Buna göre, a nın değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

6. İlk terimi 3 ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?

A) 752 B) 756 C) 760 D) 762 E) 765

7. $\frac{1}{3}$, a, b, c, 27

sayıları sırasıyla pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık beş terimidir.

Buna göre, a·b·c çarpımı kaçtır?

A) 24 B) 27 C) 30 D) 36 E) 40

8. (a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı $\sqrt{3}$ tür.

Buna göre, $\frac{a_5 - a_3}{a_7}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{9}$

9. (x, y, z)

üç terimden oluşan sonlu bir dizidir.

Bu terimler hem aritmetik hem de geometrik dizi oluşturduğuna göre, x – z farkı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $\log_7 27$, x, $\log_3 7$

terimleri bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, x kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) 6

11. (a_n) geometrik dizisinde

$a_2 + a_6 = 4$

$a_5 + a_9 = 32$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. Bir geometrik dizinin ilk n teriminin çarpımı P_n dir.

$\frac{P_7}{P_6} = 54$

$\frac{P_4}{P_3} = 2$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

13. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde

$a_2 = 2$ ve $a_4 = 8$

olduğuna göre, bu dizinin kaçıncı terimi 128 dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde

$a_2 \cdot a_5 \cdot a_7 \cdot a_9 \cdot a_{12} = 32$

olduğuna göre, a_7 değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 = 27$ ve $a_5 = 243$

olduğuna göre, ilk 6 teriminin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^7 - 2$ B) $3^7 - 1$ C) $\frac{3^6 - 1}{2}$

D) $\frac{3^7 - 2}{3}$ E) $\frac{3^7 - 3}{2}$

16. Çevresi 12 cm olan bir üçgenin iç açılarının ölçüleri a, b, c dir.

a, b, c

terimleri hem aritmetik dizi hem de geometrik dizi oluşturduğuna göre, bu üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
B	D	E	D	D	E	B	D	C	C	A	D	D	A	E	D

1. **Dördüncü terimi 1, yedinci terimi $\frac{1}{8}$ olan bir geometrik dizinin yirminci terimi kaç olur?**

A) $\frac{1}{2^{15}}$ B) $\frac{1}{2^{16}}$ C) $\frac{1}{2^{17}}$ D) $\frac{1}{2^{19}}$ E) $\frac{1}{2^{20}}$

(ÖYS 1981)

2. **Bir geometrik dizinin ilk terimi $\frac{3}{2}$, ikinci terimi 3 olduğuna göre, altıncı terimi kaçtır?**

A) 28 B) 30 C) 32 D) 39 E) 48

(ÖYS 1991)

3. **Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla $x-2$, $x+1$, $x+5$ olduğuna göre, x kaçtır?**

A) −11 B) −10 C) 2 D) 10 E) 11

(ÖYS 1992)

4. Bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamının ilk üç teriminin toplamına oranı $2\sqrt{2}$ dir.

Bu dizinin r ortak oranı kaçtır?

A) $2\sqrt[3]{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}-1$ D) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ E) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}-1}$

(ÖYS 1993)

5. **Bir geometrik dizinin ilk üç terimi**

(a − 3), (2a − 3) ve (4a + 3)

olduğuna göre, bu dizinin beşinci terimi kaçtır?

A) 45 B) 54 C) 63 D) 81 E) 243

(ÖYS 1998)

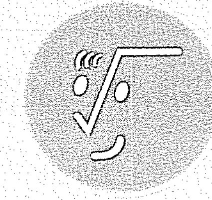
6. 2 ve 162 arasına uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Bu üç sayının toplamı kaçtır?

A) 78 B) 80 C) 82 D) 86 E) 90

(ÖSS 2009 II)

1	B	2	E	3	E	4	E	5	E	6	A



KARMA TESTLER

DİZİLER

KARMA TEST - 1

1. $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \ldots\ldots + 20$

toplamının değeri kaçtır?

A) 110 B) 112 C) 118 D) 120 E) 124

2. $$\sum_{k=1}^{2}(k^2 - k)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $$\sum_{k=-2}^{5} 2$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 18

4. $(a_n) = (5n - 7)$

dizisinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

5. $$\prod_{k=0}^{3} 2$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

6. $(3n - 2)$

aritmetik dizisinin ortak farkı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –2 E) –3

karekök

7. (a_n) geometrik dizisinde

$a_1 = 3$

$a_4 = 81$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

8. $$\sum_{k=1}^{8}(k - 3)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

9. $\prod_{k=1}^{10} 2^k = 2^x$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 52 B) 55 C) 58 D) 60 E) 62

10. $(a_n) = (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2)$

dizisinin altıncı terimi kaçtır?

A) 91 B) 82 C) 75 D) 72 E) 64

11. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_2 = 2$

$a_5 = 11$

olduğuna göre, a_3 değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. Aşağıdakilerden hangisi bir dizinin genel terimi <u>olamaz</u>?

A) 2^n B) n^2 C) $\frac{1}{n}$ D) $\frac{1}{n+2}$ E) $\frac{1}{n-2}$

13. $\prod_{k=1}^{10} (k-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 24 B) 18 C) 10 D) 0 E) −12

14. $\prod_{k=1}^{5} \frac{1}{k}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{5!}$ B) $\frac{1}{4!}$ C) $\frac{1}{3!}$ D) $\frac{1}{2!}$ E) 1

karekök

15. Bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_1 \cdot a_9 = 36$

olduğuna göre, a_5 değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

16. (a_n) bir aritmetik dizidir.

Buna göre, $\frac{a_5 + a_{13}}{4a_9}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

1 A 2 C 3 D 4 E 5 C 6 A 7 D 8 A 9 B 10 A 11 C 12 E 13 D 14 A 15 E 16 B

KARMA TEST - 2

1. $\sum_{k=1}^{6} k(k-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

2. $\sum_{k=4}^{8} (2k-3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 40 B) 42 C) 45 D) 48 E) 50

3. $a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$

olduğuna göre, a_{20} değeri kaçtır?

A) $\frac{17}{18}$ B) $\frac{18}{19}$ C) $\frac{19}{20}$ D) $\frac{20}{21}$ E) $\frac{21}{22}$

4. $\prod_{k=0}^{10} \left(\frac{k+1}{k+2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{11}$ E) $\frac{1}{12}$

5. $\left(\frac{2n-12}{n}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. Bir (a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için

$a_1 = 4$ ve $a_{n+1} = \frac{n}{2} \cdot a_n$

olduğuna göre, a_3 değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

karekök

7. İlk terimi 3 ve ortak farkı 5 olan bir aritmetik dizinin ilk 9 teriminin toplamı kaçtır?

A) 203 B) 204 C) 205 D) 206 E) 207

8. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde

$a_2 = 3$

$a_8 = \frac{16}{3}$

olduğuna göre, a_5 değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

9. **Ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizide ilk altı terim toplamının, ilk üç terim toplamına oranı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{21}{5}$ B) $\frac{17}{5}$ C) $\frac{13}{5}$ D) 6 E) 9

10. $(a_n) = (5 - 2n)$

dizisinin pozitif terimlerinin sayısı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $\prod_{k=1}^{5} (3 \cdot k)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^4 \cdot 5!$ B) $3^6 \cdot 5!$ C) $3^5 \cdot 6!$ D) $3^5 \cdot 5!$ E) $3^6 \cdot 6!$

12. $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} (2k - 1)\right)$

dizisinin altıncı terimi kaçtır?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

13. $\sum_{k=1}^{50} \prod_{k=2}^{10} (2k - 8)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 18 B) 15 C) 12 D) 10 E) 0

14. $\sum_{k=0}^{7} 2^k$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 250 B) 252 C) 255 D) 258 E) 260

15. $x^2 + 4x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sum_{k=1}^{2} x_k + \prod_{k=1}^{2} x_k$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) –7 B) –6 C) –5 D) –4 E) –3

16. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_5 - a_2 = 6$

$a_3 + a_6 = 20$

olduğuna göre, a_1 **değeri kaçtır?**

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) –1

1 A	2 C	3 D	4 E	5 B	6 D	7 E	8 A	9 E	10 B	11 D	12 C	13 E	14 C	15 A	16 B

1. 2 ile 6 arasına uygun olan 5 tam sayı yerleştirilerek yedi terimli bir aritmetik dizi elde ediliyor.

Buna göre, bu dizinin ortak farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) 2

2. Bir (a_n) aritmetik dizisinde

$a_3 = 7$

$a_7 = 15$

olduğuna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –2

3. $\prod_{k=3}^{80} \log_k(k + 1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\sum_{k=1}^{100} k \cdot k!$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 100! B) 101! C) 100! – 1 D) 101! – 1 E) 102! – 1

5. $\prod_{m=1}^{2} \prod_{n=0}^{3} (m^n)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 56 B) 58 C) 60 D) 62 E) 64

6. $(a_n) = \left(\frac{2n - 5}{n + 1}\right)$

dizisinin kaçıncı terimi $\frac{3}{5}$ **tir?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $(a_n) = (5n - 7)$

$(b_n) = (3n + 1)$

dizilerinin kaçıncı terimleri birbirine eşittir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $f(x) = \prod_{k=2}^{x} (k - 1)$

olduğuna göre, f(6) değeri kaçtır?

A) 120 B) 72 C) 64 D) 24 E) 20

9. $\sum_{k=-1}^{n} 3 \leq 2n + 7$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı n doğal sayısı vardır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. Aşağıdaki dizilerden hangisi monoton azalan bir dizidir?

A) $\left(\frac{2n+1}{2n-3}\right)$ B) $\left(\frac{n+3}{n}\right)$ C) $\left(\frac{3n+1}{n+2}\right)$

D) $\left(\frac{5n-1}{n+1}\right)$ E) $\left(\frac{n-3}{n+2}\right)$

11. Genel terimi

$$a_n = \begin{cases} n+2, & n \text{ tek ise} \\ -2n, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

olan (a_n) dizisi için $a_4 + a_5$ toplamı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

12. İlk üç terimi sırasıyla x + 3, x + 6 ve 2x + 1 olan bir aritmetik dizinin dördüncü terimi kaçtır?

A) 17 B) 18 C) 20 D) 22 E) 23

13. 2, x, y, z, 8

sayıları sırasıyla pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık terimleridir.

Buna göre, x·z + y toplamı kaçtır?

A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

14. Ortak farkı 2 ve altıncı terimi 13 olan bir aritmetik dizinin ilk 11 teriminin toplamı kaçtır?

A) 140 B) 141 C) 142 D) 143 E) 144

15. $\sum_{k=1}^{n} 3 = \prod_{m=1}^{6} 3^m$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3^{18} B) 3^{19} C) 3^{20} D) 3^{21} E) 3^{22}

16. $\sum_{k=1}^{5} (2k-5) + \sum_{k=6}^{7} (2k-5) + \sum_{k=8}^{10} (2k-5)$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 70 B) 68 C) 65 D) 62 E) 60

karekök

1 B 2 A 3 C 4 D 5 E 6 B 7 C 8 A 9 D 10 B 11 A 12 C 13 E 14 D 15 C 16 E

1. İlk terimi 2, ortak farkı 3 ve son terimi 62 olan bir aritmetik dizinin terim sayısı kaçtır?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

2. Bir aritmetik dizinin ilk terimi 3 tür. İlk 12 terim toplamı ile ilk 7 terim toplamının farkı 105 tir.

Buna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\sum_{k=1}^{20} (3k-2) - \sum_{k=1}^{19} (3k-2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 63 B) 62 C) 60 D) 58 E) 56

4. $(a_n) = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$

dizisinin ilk 15 teriminin çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{12}$

5. $(a_n) = (-n^2 + 4n + 1)$

dizisinin en büyük terimi kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

6. $\sum_{k=n}^{4n} 3 = 66$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. $\sum_{k=2}^{19} \log\left(\frac{k}{k+1}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –1 D) 3 E) 4

8. f, g : N → N olmak üzere

$$f(x) = \sum_{k=1}^{x} k$$

$$g(x) = \prod_{k=1}^{x} k$$

olduğuna göre, (gof)(3) değeri kaçtır?

A) 720 B) 700 C) 640 D) 600 E) 560

karekök

9. $\sum_{k=0}^{3}\prod_{p=1}^{2}(kp)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

10. $(a_n) = (2n + 3)$

$(b_n) = \left(\frac{n-1}{n+2}\right)$

dizileri veriliyor.

Buna göre, $(a_n \cdot b_n)$ dizisinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{11}{5}$ D) $\frac{13}{5}$ E) $\frac{18}{5}$

11. (a_n) aritmetik dizisinde

$\frac{a_3 + a_5 + a_6 + a_8}{a_1 + a_{10}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

12. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde

$a_1 \cdot a_5 = 36$

$\frac{a_{10}}{a_9} = 3$

olduğuna göre, a_4 değeri kaçtır?

A) 18 B) 11 C) 10 D) 9 E) 6

13. İlk n teriminin toplamı S_n olan bir aritmetik dizide

$S_{15} - S_{14} = 21$

olduğuna göre, a_{15} değeri kaçtır?

A) 21 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17

14. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_5 - a_2 = 15$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_3 + a_5 + a_{19} + a_{21} = 60$

olduğuna göre, a_{12} değeri kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 20

16. Bir dışbükey beşgenin iç açılarının ölçüleri bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

Beşgenin en büyük açısı 130° olduğuna göre, en küçük açısı kaç derecedir?

A) 72 B) 78 C) 80 D) 86 E) 96

1 C 2 B 3 D 4 A 5 E 6 C 7 C 8 A 9 A 10 E 11 C 12 A 13 A 14 D 15 D 16 D

1. $(a_n) = (2n - 1)$

dizisinin ilk 15 teriminin toplamı kaçtır?

A) 200 B) 216 C) 225 D) 230 E) 240

2. $\sum_{k=1}^{20} (-1)^k \cdot (2k - 1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

3. $(a_n) = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}\right)$

dizisinin onuncu terimi kaçtır?

A) $2^{10} + 1$ B) $2^{10} - 1$ C) $\frac{2^{10} - 1}{2^8}$ D) $\frac{2^{10} - 1}{2^9}$ E) $\frac{2^{11} - 1}{2^{10}}$

4. $A = \prod_{k=1}^{30} k$

olduğuna göre, A sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. $\sum_{k=-19}^{20} (k^3 + k)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 8010 B) 8012 C) 8016 D) 8018 E) 8020

6. $\sum_{k=3}^{22} \frac{1}{k^2 + 5k + 6}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{4}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{6}{25}$ D) $\frac{8}{25}$ E) $\frac{2}{5}$

7. $f(x) = x^2 - 2x + 5$

olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{6} f(k)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 76 B) 77 C) 78 D) 79 E) 80

8. $\sum_{k=1}^{10} (3^{k+1} - 3^k)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{11}+1$ B) 3^{11} C) $3^{11} - 1$ D) $3^{11} - 2$ E) $3^{11} - 3$

9. $\sum_{k=1}^{5}(k+1)!$

işleminin sonucunun 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 + a_5 = 27$

$a_4 + a_6 = 54$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

11. $\left(\frac{kn-1}{2n+1}\right)$

dizisi monoton artan olduğuna göre, k nın alabileceği <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) −4 B) −3 C) −2 D) −1 E) 0

12. $(a_n)=\left(\frac{n^2-4n-5}{n+2}\right)$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. (a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için

$a_{n+1} = a_n + 3$

$a_1 = 10$

olduğuna göre, a_{31} kaçtır?

A) 80 B) 85 C) 90 D) 96 E) 100

14. (a_n) geometrik dizisinde

$a_5 = x$ ve $a_{12} = y$

olduğuna göre, a_{26} değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{y^3}{x^2}$ B) $\frac{x^2}{y^3}$ C) $\frac{y^2}{x^2}$ D) $\frac{x^2}{y^2}$ E) $\frac{y}{x^2}$

15. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_5 = a_1 \cdot 16$

$a_3 + a_4 = 36$

olduğuna göre, a_2 kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

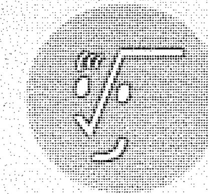
16. $\sum_{k=1}^{99}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

karekök

1 C 2 A 3 E 4 B 5 E 6 A 7 D 8 E 9 C 10 E 11 D 12 B 13 E 14 A 15 E 16 C



İDEAL SINAV

DİZİLER

Adı: **Tarih:** / /

Soyadı:



A KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $A = \sum_{n=1}^{24} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

$B = \prod_{k=2}^{31} \log_k(k+1)$

olduğuna göre, A + B toplamını bulunuz.

Cevap:

2. $(a_n) = (3n - 1)$

dizisinin ilk 12 teriminin toplamını bulunuz.

Cevap:

3. Bir geometrik dizinin ilk üç teriminin toplamı 21, çarpımı 216 olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanının alabileceği değerleri bulunuz.

Cevap:

4. Genel terimi a_n olan bir aritmetik dizinin 8. terimi 6 dır.

Buna göre, $\sum_{k=4}^{12} a_k$ **toplamının sonucunu bulunuz.**

Cevap:

5. $\sum_{k=1}^{10} k \cdot 2^{k-1}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Cevap:

B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. Meltem işe girdiği ilk ay maaşından 200 TL biriktirmiştir.

Meltem, bundan sonraki her ay, bir önceki aydan 20 TL daha fazla biriktirdiğine göre, 1 yılda kaç TL biriktirir?

A) 3720 B) 3710 C) 3700 D) 3680 E) 3640

2. Bir (a_n) aritmetik dizisinde her $n \in N^+$ için

$a_{n+1} = a_n + 4$

$a_1 = 10$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?

A) 180 B) 188 C) 190 D) 192 E) 196

3. $\sum_{n=1}^{9} (2an - n) = 225$

olduğuna göre, $\prod_{k=1}^{a} k$ çarpımının sonucu kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

4. $\left(\frac{3n-1}{2}\right)$

dizisinin kaç terimi $5\frac{1}{2}$ den küçüktür?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 \cdot a_8 = \frac{1}{9}$ ve $a_5 = 2$

olduğuna göre, a_6 değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{2}{9}$

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 15 dk.

1. **Aşağıdaki sorularda boş bırakılan yerleri doğru biçimde doldurunuz.**

a. $\sum_{k=1}^{8} (2k+5)$ işleminin sonucu .... dir.

b. $\prod_{k=1}^{20} (3k-15)$ çarpımının sonucu .... dır.

c. $\sum_{k=-12}^{-1} k^3 + \sum_{k=0}^{12} k^3$ işleminin sonucu .... dır.

d. $\sum_{m=2}^{20} \prod_{k=1}^{20} (2m - km)$ işleminin sonucu .... dır.

e. $\sum_{a=1}^{16} \prod_{b=2}^{6} 2$ işleminin sonucu .... dur.

f. $\prod_{k=-3}^{4} 3^k$ işleminin sonucu .... dir.

2. **Aşağıda verilen (a_n) ve (b_n) dizilerine göre boşlukları doldurunuz.**

$(a_n) = (n^2 - 6n - 7)$ ve $(b_n) = \left(\frac{n+15}{n}\right)$

a. (a_n) dizisinin negatif terimlerinin sayısı .... dır.

b. (b_n) dizisinin tam sayı terimlerinin sayısı .... tür.

c. $a_3 + b_1$ toplamının değeri .... dır.

d. $(a_n) - (b_n)$ dizisinin ikinci terimi .... dir.

e. $(a_n) : (b_n)$ dizisinin dördüncü terimi .... dur.

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Önerilen süre: 10 dk.

Aşağıdaki soruların doğru cevaplarını karşılarındaki kutularda bulup eşleştiriniz.

1. İlk terimi 2 ve ortak çarpanı 3 olan geometrik dizinin üçüncü terimi

2. $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}\right)$ dizisinin 15. terimi

3. $\prod_{k=1}^{7} \left(\frac{2}{3}\right)^k = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ eşitliğini sağlayan x değeri

4. (a_n) aritmetik dizisinde $a_3 = 5$ ve $a_7 = 11$ olduğuna göre, a_5 in değeri

a) $\frac{15}{16}$

b) 8

c) 18

d) –28

E DOĞRU VEYA YANLIŞ TESTİ

Önerilen süre: 10 dk.

Aşağıda verilen önermelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

	Doğru	Yanlış
1. $\left(\frac{2n+5}{3n-1}\right)$ dizisi monoton artandır.	☐	☐
2. $(a_n) = (\cos(n\pi))$ dizisi sabit dizidir.	☐	☐
3. Bir (a_n) geometrik dizisinde, $a_2 = 3$ ve $a_7 = 5$ olduğuna göre, $a_3 \cdot a_6$ çarpımı 15 tir.	☐	☐
4. $\sum_{k=1}^{4} k^2 - 1$ işleminin sonucu 29 dur.	☐	☐

A) Kapalı uçlu soruların cevapları

1. $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

ifadesinin pay ve paydasını $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ ile çarpıp düzenlersek

$$\frac{1(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{(\sqrt{n+1})^2-(\sqrt{n})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n+1-n}$$

$$= \sqrt{n+1}-\sqrt{n} \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$* \quad A = \sum_{n=1}^{24} \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \sum_{n=1}^{24} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$$

$$= \sqrt{2}-\sqrt{1}$$
$$\sqrt{3}-\sqrt{2}$$
$$\sqrt{4}-\sqrt{3}$$
$$\vdots$$
$$+ \ \sqrt{25}-\sqrt{24}$$

$$\sqrt{25}-\sqrt{1} = 5-1 = 4$$

bulunur.

$$* \quad B = \prod_{k=2}^{31} \log_k(k+1) = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \ldots \cdot \log_{31} 32$$

$$= \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5\log_2 2$$

$$= 5 \text{ bulunur.}$$

O halde, A + B = 4 + 5 = 9 olur.

2. $(a_n) = (3n-1)$

dizisinin ilk 12 teriminin toplamı

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{12} = \sum_{n=1}^{12} a_n \text{ dir.}$$

Buna göre, $\sum_{n=1}^{12} a_n = \sum_{n=1}^{12} (3n-1)$

$$= 3\sum_{n=1}^{12} n - \sum_{n=1}^{12} 1$$

$$= 3 \cdot \frac{12 \cdot 13}{2} - 1 \cdot 12$$

$$= 234 - 12 = 222 \text{ bulunur.}$$

3. Verilenlerden

$a_1 + a_2 + a_3 = 21$ ve $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 216$ dır.

(a_n) geometrik dizisinde

$a_2^2 = a_1 \cdot a_3$ olduğundan

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 216 \Rightarrow a_2 \cdot a_2^2 = 216$

$\Rightarrow a_2^3 = 6^3 \Rightarrow a_2 = 6$ olur.

Buradan $a_2 = a_1 \cdot r = 6 \Rightarrow a_1 = \frac{6}{r}$ ve

$a_3 = a_2 \cdot r \Rightarrow a_3 = 6r$ olur.

Buna göre,

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21 \Rightarrow \frac{6}{r} + 6 + 6r = 21$$

$$\Rightarrow \frac{6}{r} + 6r = 15$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r} + 2r = 5$$

$$\Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2r-1)(r-2) = 0$$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{2} \text{ veya } r = 2$$

bulunur.

4. Verilenlerden $a_8 = 6$ dır.

Bir aritmetik dizinin herhangi bir terimi, bu terime eşit uzaklıktaki terimlerin toplamının yarısına eşit olduğundan

$$a_8 = \frac{a_4 + a_{12}}{2} = \frac{a_5 + a_{11}}{2} = \frac{a_6 + a_{10}}{2} = \frac{a_7 + a_9}{2} \text{ dir.}$$

Buradan

$a_4 + a_{12} = a_5 + a_{11} = a_6 + a_{10} = a_7 + a_9 = 2a_8$

$= 2 \cdot 6 = 12$ bulunur.

Buna göre,

$$\sum_{k=4}^{12} a_k = a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12}$$

(12, 12, 12, 12)

$= 4 \cdot 12 + 6 = 54$ bulunur.

karekök

5. $A = \sum_{k=1}^{10} k \cdot 2^{k-1}$

$A = 1 \cdot 2^0 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \ldots + 9 \cdot 2^8 + 10 \cdot 2^9 \ldots (1)$

eşitliğinin her iki tarafını 2 ile çarparsak

$2A = 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \ldots + 9 \cdot 2^9 + 10 \cdot 2^{10} \ldots (2)$

elde edilir.

Şimdi (2). denklemi –1 ile çarpıp (1). denklem ile toplayalım

$$\begin{array}{l} A = 1 \cdot 2^0 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \ldots + 9 \cdot 2^8 + 10 \cdot 2^9 \\ -2A = -1 \cdot 2^1 - 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2^3 - 4 \cdot 2^4 - \ldots - 9 \cdot 2^9 - 10 \cdot 2^{10} \\ + \\ \hline A - 2A = 1 \cdot 2^0 + (2-1) \cdot 2^1 + (3-2) \cdot 2^2 + (4-3) \cdot 2^3 + \\ \ldots + (10-9) \cdot 2^9 - 10 \cdot 2^{10} \end{array}$$

$-A = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^9 - 10 \cdot 2^{10}$

$-A = \frac{1-2^{10}}{1-2} - 10 \cdot 2^{10}$

$-A = -1 + 2^{10} - 10 \cdot 2^{10} = -1 - 9 \cdot 2^{10}$

$A = 1 + 9 \cdot 2^{10}$ bulunur.

B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. A 2. D 3. C 4. E 5. B

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1. a) 112 b) 0 c) 0 d) 0 e) 2^9 f) 81

2. a) 6 b) 4 c) 0 d) $-\frac{47}{2}$ e) $-\frac{60}{19}$

D) Doğru cevap ile eşleştirme cevapları

1. c 2. a 3. d 4. b

E) "Doğru" veya "Yanlış" testi cevapları

	Doğru	Yanlış
1)		✓
2)		✓
3)	✓	
4)	✓	

karekök

Toplam Sembolü ($\sum$)

$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$

ifadesine toplam sembolü denir.

Toplam Formülleri

1. $\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

2. $\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$

3. $\sum_{k=1}^{n} 2k = 2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = n(n+1)$

4. $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

5. $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

6. $\sum_{k=1}^{n} r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \ldots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$

7. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

8. $\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$

Özellikleri

1. $\sum_{k=1}^{n} c = n \cdot c, \quad \sum_{k=m}^{n} c = (n-m+1) \cdot c, \quad c \in R$

2. $\sum_{k=1}^{n} c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^{n} a_k$

3. $\sum_{k=1}^{n} (a_k \mp b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \mp \sum_{k=1}^{n} b_k$

4. $1 < p < n$ olmak üzere,

$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{p} a_k + \sum_{k=p+1}^{n} a_k$

5. $\sum_{k=m}^{n} a_k = \sum_{k=m-p}^{n-p} a_{k+p} = \sum_{k=m+p}^{n+p} a_{k-p}$

Çarpım Sembolü ($\prod$)

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_n = \prod_{k=1}^{n} a_k$

ifadesine çarpım sembolü denir.

Özellikleri

1. $\prod_{k=1}^{n} c = c^n, \quad \prod_{k=m}^{n} c = c^{n-m+1}$

2. $\prod_{k=1}^{n} c \cdot a_k = c^n \prod_{k=1}^{n} a_k$

3. $\prod_{k=1}^{n} (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^{n} a_k \cdot \prod_{k=1}^{n} b_k$

4. $\prod_{k=1}^{n} \frac{a_k}{b_k} = \frac{\prod_{k=1}^{n} a_k}{\prod_{k=1}^{n} b_k}$

5. $\prod_{k=1}^{n} k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n!$

6. $\prod_{k=1}^{n} a^k = a^{\sum_{k=1}^{n} k}$

7. $1 < p < n$ olmak üzere

$\prod_{k=1}^{n} a_k = \prod_{k=1}^{p} a_k \cdot \prod_{k=p+1}^{n} a_k$

karekök

8. $\prod_{k=m}^{n} a_k = \prod_{k=m-p}^{n-p} a_{k+p} = \prod_{k=m+p}^{n+p} a_{k-p}$

9. $\prod_{k=1}^{n}\left(\prod_{p=1}^{m} a_{kp}\right) = \prod_{p=1}^{m}\left(\prod_{k=1}^{n} a_{kp}\right)$

10. $\prod_{k=1}^{n}\sum_{p=1}^{m} a_{kp} \neq \sum_{p=1}^{m}\prod_{k=1}^{n} a_{kp}$

Diziler

Tanım kümesi pozitif tam sayılar kümesi olan her fonksiyona dizi denir.

$(a_n) = (a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots)$

ifadesinde (a_n) diziyi, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ dizinin elemanlarını, a_1 dizinin ilk terimini, a_n dizinin genel terimini göstermektedir.

Dizilerde İşlemler

(a_n), (b_n) birer dizi ve $c \in R$ olmak üzere,

1. $(a_n) \pm (b_n) = (a_n \pm b_n)$
2. $c \cdot (a_n) = (c \cdot a_n)$
3. $(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$
4. $\frac{(a_n)}{(b_n)} = \left(\frac{a_n}{b_n}\right)$

Not:

$\left(\frac{an+b}{cn+d}\right)$ şeklindeki dizilerde monotonluk şu şekilde incelenir.

1. Paydanın kökü 1 den büyük ise dizi monoton değildir.
2. Paydanın kökü 1 den küçük ise dizi monotondur.
   - $a \cdot d - b \cdot c > 0$ ise, dizi monoton artandır.
   - $a \cdot d - b \cdot c < 0$ ise, dizi monoton azalandır.

karekök

Aritmetik Dizi

Ardışık her iki terimi arasındaki fark eşit olan diziye aritmetik dizi denir.

İlk terimi a_1 ve ortak farkı d olan (a_n) aritmetik dizisinin genel terimi $a_n = a_1 + (n-1)d$ dir.

Özellikleri

1. k. terimi a_k ve p. terimi a_p olan aritmetik dizinin ortak farkı $d = \frac{a_k - a_p}{k - p}$ dir.
2. Her terim kendisinden eşit uzaklıkta bulunan terimlerinin aritmetik ortalamasına eşittir.
   $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$
3. Baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin toplamı birbirine eşittir.
   $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \ldots$
4. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı
   $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ veya $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1) \cdot d]$
   ile hesaplanır.

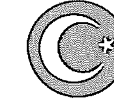
Geometrik Dizi

Ardışık her iki terimi arasındaki oran eşit olan diziye geometrik dizi denir.

İlk terimi a_1 ve ortak çarpanı r olan (a_n) geometrik dizisinin genel terimi $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ dir.

Özellikleri

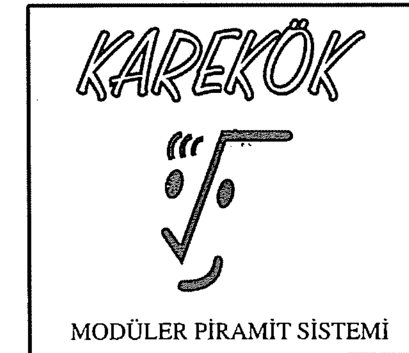
1. k. terimi a_k ve p. terimi a_p olan geometrik dizinin ortak çarpanı $r^{k-p} = \frac{a_k}{a_p}$ dir.
2. Herhangi bir terimin karesi kendisinden eşit uzaklıktaki iki terimin çarpımına eşittir.
   $a_n^2 = a_{n-k} \cdot a_{n+k}$
3. Baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımı eşittir.
4. Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı
   $S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ ile hesaplanır.



T.C.
TÜRK PATENT ENSTİTÜSÜ

MARKA TESCİL BELGESİ

Marka No : 2004 10926
Çeşidi : Hizmet



Marka Sahibi : KAREKÖK EĞİTİM BASIM YAYIN TURİZM TİCARET LİMİTED ŞİRKETİ

Tabiyeti : TÜRKİYE CUMHURİYETİ

Adresi : Misbah Muhayyeş Sk. No.3 Kadıköy / İSTANBUL

Emtiası : 41

Eğitim öğretim hizmetleri, dergi, kitap, gazete vb. yayınlama hizmetleri.

Markaların Korunması Hakkında 556 Sayılı Kanun Hükmünde kararnameye göre 20/04/2004 tarihinden itibaren ON YIL müddetle tescil edilmiştir.

Kutay KUMBASAR
Enstitü Başkanı a.
Markalar Dairesi Başkanı

TÜRK PATENT [ ] ENSTİTÜSÜ